

3

因数分解

P.28 ~ 31

確認問題

P.28 ~ 30

①

P.28

・ 因数分解……多項式を、単項式や多項式の積の形に表すこと。

・ 共通因数……多項式の各項に共通した因数。

次のように、分配法則を逆向きの形で使って、式全体を共通因数でくくる。

$$\boxed{a}b + \boxed{a}c + \boxed{a}d = \boxed{a}(b + c + d)$$

↑
共通因数

- (1) $ax - ay = a \times x - a \times y$
 $= a(x - y)$ ……答
- (2) $ab + b = b \times a + b \times 1$
 $= b(a + 1)$ ……答
- (3) $3xy - 4xz = x \times 3y - x \times 4z$
 $= x(3y - 4z)$ ……答
- (4) $2a^2 + a = a \times 2a + a \times 1$
 $= a(2a + 1)$ ……答
- (5) $4x^2 - 5xy = x \times 4x - x \times 5y$
 $= x(4x - 5y)$ ……答
- (6) $2ax + 3bx = x \times 2a + x \times 3b$
 $= x(2a + 3b)$ ……答
- (7) $2ax + 4a = 2a \times x + 2a \times 2$
 $= 2a(x + 2)$ ……答
- (8) $9ab - 6b = 3b \times 3a - 3b \times 2$
 $= 3b(3a - 2)$ ……答
- (9) $10x^2 + 5x = 5x \times 2x + 5x \times 1$
 $= 5x(2x + 1)$ ……答
- (10) $-3a^2 - 2ab = -a \times 3a - a \times 2b$
 $= -a(3a + 2b)$ ……答
- (11) $8xy - 20yz = 4y \times 2x - 4y \times 5z$
 $= 4y(2x - 5z)$ ……答
- (12) $-12abc + 18c = -6c \times 2ab - 6c \times (-3)$
 $= -6c(2ab - 3)$ ……答
- * ()の中の最初の項の符号が-にならないようにくくる。
- (13) $abc + 2ab = ab \times c + ab \times 2$
 $= ab(c + 2)$ ……答
- (14) $3xy^2 - 4xy = xy \times 3y - xy \times 4$
 $= xy(3y - 4)$ ……答

- (15) $6a^2b + 3ab = 3ab \times 2a + 3ab \times 1$
 $= 3ab(2a + 1)$ ……答
- (16) $x^2y + x^2z = x^2 \times y + x^2 \times z$
 $= x^2(y + z)$ ……答
- (17) $4a^3 - 12a^2 = 4a^2 \times a - 4a^2 \times 3$
 $= 4a^2(a - 3)$ ……答
- (18) $9x^2y + 6xy^2 = 3xy \times 3x + 3xy \times 2y$
 $= 3xy(3x + 2y)$ ……答
- (19) $ax - bx + cx = x \times a - x \times b + x \times c$
 $= x(a - b + c)$ ……答
- (20) $3a^2b - 5ab + 4b = b \times 3a^2 - b \times 5a + b \times 4$
 $= b(3a^2 - 5a + 4)$ ……答
- (21) $2ax + 4ay - 6a = 2a \times x + 2a \times 2y - 2a \times 3$
 $= 2a(x + 2y - 3)$ ……答
- (22) $9ax + 6bx + 12cx = 3x \times 3a + 3x \times 2b + 3x \times 4c$
 $= 3x(3a + 2b + 4c)$ ……答
- (23) $8a^2 - 12ab - 16ac = 4a \times 2a - 4a \times 3b - 4a \times 4c$
 $= 4a(2a - 3b - 4c)$ ……答
- (24) $6x^2y - 14xy^2 + 10y = 2y \times 3x^2 - 2y \times 7xy + 2y \times 5$
 $= 2y(3x^2 - 7xy + 5)$ ……答
- (25) $6xy^2 - 9x^2 + 12xy = 3x \times 2y^2 - 3x \times 3x + 3x \times 4y$
 $= 3x(2y^2 - 3x + 4y)$ ……答
- (26) $4a^2b + 12ab^2 - 6ab = 2ab \times 2a + 2ab \times 6b - 2ab \times 3$
 $= 2ab(2a + 6b - 3)$ ……答
- (27) $10a^2b^2 + 20ab^3 + 15b^3 = 5b^2 \times 2a^2 + 5b^2 \times 4ab + 5b^2 \times 3b$
 $= 5b^2(2a^2 + 4ab + 3b)$ ……答

②

P.29

$x^2 + \blacksquare x + \bullet$ を因数分解するには、 $ab = \bullet$ 、 $a + b = \blacksquare$ になる2つの数の組 a 、 b をさがし出し、次のように式を変形する。

$$x^2 + \blacksquare x + \bullet = (x + a)(x + b)$$

また、 a 、 b の符号は次のように決まる。

積が+、和が+ → 2つの数は+、+

積が+、和が- → 2つの数は-、-

積が- → 2つの数は+、-

- (1)① 積が8、和が6となる2数は(2)と(4)より、
 $x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$ と因数分解できる。
- ② 積が15、和が-8となる2数は(-3)と(-5)より、
 $x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5)$ と因数分解できる。

③ 積が -10 、和が -3 となる2数は (2) と (-5) より、 $x^2 - 3x - 10 = (x+2)(x-5)$ と因数分解できる。

- (2)① $x^2 + 4x + 3 = x^2 + (1+3)x + 1 \times 3$
 $= (x+1)(x+3)$ …答
- ② $x^2 + 3x + 2 = x^2 + (1+2)x + 1 \times 2$
 $= (x+1)(x+2)$ …答
- ③ $a^2 + 8a + 12 = a^2 + (2+6)a + 2 \times 6$
 $= (a+2)(a+6)$ …答
- ④ $x^2 + 10x + 9 = x^2 + (1+9)x + 1 \times 9$
 $= (x+1)(x+9)$ …答
- ⑤ $a^2 + 6a + 5 = a^2 + (1+5)a + 1 \times 5$
 $= (a+1)(a+5)$ …答
- ⑥ $x^2 + 11x + 30 = x^2 + (5+6)x + 5 \times 6$
 $= (x+5)(x+6)$ …答
- ⑦ $x^2 - 9x + 18 = x^2 + (-3-6)x + (-3) \times (-6)$
 $= (x-3)(x-6)$ …答
- ⑧ $a^2 - 7a + 10 = a^2 + (-2-5)a + (-2) \times (-5)$
 $= (a-2)(a-5)$ …答
- ⑨ $x^2 - 12x + 32 = x^2 + (-4-8)x + (-4) \times (-8)$
 $= (x-4)(x-8)$ …答
- ⑩ $a^2 - 8a + 7 = a^2 + (-1-7)a + (-1) \times (-7)$
 $= (a-1)(a-7)$ …答
- ⑪ $x^2 - 4x + 3 = x^2 + (-1-3)x + (-1) \times (-3)$
 $= (x-1)(x-3)$ …答
- ⑫ $a^2 - 13a + 12 = a^2 + (-1-12)a + (-1) \times (-12)$
 $= (a-1)(a-12)$ …答
- ⑬ $x^2 + x - 12 = x^2 + (-3+4)x + (-3) \times 4$
 $= (x-3)(x+4)$ …答
- ⑭ $x^2 + x - 20 = x^2 + (-4+5)x + (-4) \times 5$
 $= (x-4)(x+5)$ …答
- ⑮ $x^2 + 3x - 18 = x^2 + (-3+6)x + (-3) \times 6$
 $= (x-3)(x+6)$ …答
- ⑯ $a^2 + 2a - 24 = a^2 + (-4+6)a + (-4) \times 6$
 $= (a-4)(a+6)$ …答
- ⑰ $x^2 + 5x - 14 = x^2 + (-2+7)x + (-2) \times 7$
 $= (x-2)(x+7)$ …答
- ⑱ $a^2 + 4a - 12 = a^2 + (-2+6)a + (-2) \times 6$
 $= (a-2)(a+6)$ …答
- ⑲ $x^2 - 3x - 28 = x^2 + (4-7)x + 4 \times (-7)$
 $= (x+4)(x-7)$ …答
- ⑳ $x^2 - x - 2 = x^2 + (1-2)x + 1 \times (-2)$
 $= (x+1)(x-2)$ …答
- ㉑ $a^2 - 2a - 15 = a^2 + (3-5)a + 3 \times (-5)$
 $= (a+3)(a-5)$ …答

㉒ $x^2 - 6x - 16 = x^2 + (2-8)x + 2 \times (-8)$
 $= (x+2)(x-8)$ …答

㉓ $a^2 - 4a - 21 = a^2 + (3-7)a + 3 \times (-7)$
 $= (a+3)(a-7)$ …答

㉔ $x^2 - 15x - 16 = x^2 + (1-16)x + 1 \times (-16)$
 $= (x+1)(x-16)$ …答

③

P.30

3つの項からなる多項式で、3つの項が、

$$\blacksquare^2 + 2 \times \blacksquare \times \bullet + \bullet^2$$

$$\blacksquare^2 - 2 \times \blacksquare \times \bullet + \bullet^2$$

のような関係になっているときは、公式

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

を使って因数分解することができる。

- (1) $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2$
 $= (x+2)^2$ …答
- (2) $a^2 + 6a + 9 = a^2 + 2 \times a \times 3 + 3^2$
 $= (a+3)^2$ …答
- (3) $m^2 + 12m + 36 = m^2 + 2 \times m \times 6 + 6^2$
 $= (m+6)^2$ …答
- (4) $a^2 - 2a + 1 = a^2 - 2 \times a \times 1 + 1^2$
 $= (a-1)^2$ …答
- (5) $x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$
 $= (x-5)^2$ …答
- (6) $p^2 - 18p + 81 = p^2 - 2 \times p \times 9 + 9^2$
 $= (p-9)^2$ …答
- (7) $9a^2 + 6a + 1 = (3a)^2 + 2 \times 3a \times 1 + 1^2$
 $= (3a+1)^2$ …答
- (8) $36x^2 + 12x + 1 = (6x)^2 + 2 \times 6x \times 1 + 1^2$
 $= (6x+1)^2$ …答
- (9) $4n^2 + 20n + 25 = (2n)^2 + 2 \times 2n \times 5 + 5^2$
 $= (2n+5)^2$ …答
- (10) $4b^2 - 4b + 1 = (2b)^2 - 2 \times 2b \times 1 + 1^2$
 $= (2b-1)^2$ …答
- (11) $25x^2 - 20x + 4 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2$
 $= (5x-2)^2$ …答
- (12) $100a^2 - 60a + 9 = (10a)^2 - 2 \times 10a \times 3 + 3^2$
 $= (10a-3)^2$ …答
- (13) $x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$ …答
- (14) $a^2 + 10ab + 25b^2 = a^2 + 2 \times a \times 5b + (5b)^2$
 $= (a+5b)^2$ …答

- (15) $9m^2 + 30mn + 25n^2$
 $= (3m)^2 + 2 \times 3m \times 5n + (5n)^2$
 $= (3m + 5n)^2 \quad \dots$ 答
- (16) $a^2 - 4ab + 4b^2 = a^2 - 2 \times a \times 2b + (2b)^2$
 $= (a - 2b)^2 \quad \dots$ 答
- (17) $49x^2 - 14xy + y^2 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times y + y^2$
 $= (7x - y)^2 \quad \dots$ 答
- (18) $25a^2 - 40ab + 16b^2 = (5a)^2 - 2 \times 5a \times 4b + (4b)^2$
 $= (5a - 4b)^2 \quad \dots$ 答

④

P.30

公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
 を使って因数分解する。

- (1) $x^2 - 1 = x^2 - 1^2$
 $= (x + 1)(x - 1) \quad \dots$ 答
- (2) $x^2 - 16 = x^2 - 4^2$
 $= (x + 4)(x - 4) \quad \dots$ 答
- (3) $a^2 - 36 = a^2 - 6^2$
 $= (a + 6)(a - 6) \quad \dots$ 答
- (4) $4a^2 - 1 = (2a)^2 - 1^2$
 $= (2a + 1)(2a - 1) \quad \dots$ 答
- (5) $9m^2 - 4 = (3m)^2 - 2^2$
 $= (3m + 2)(3m - 2) \quad \dots$ 答
- (6) $16x^2 - 9 = (4x)^2 - 3^2$
 $= (4x + 3)(4x - 3) \quad \dots$ 答
- (7) $a^2 - 9b^2 = a^2 - (3b)^2$
 $= (a + 3b)(a - 3b) \quad \dots$ 答
- (8) $16x^2 - y^2 = (4x)^2 - y^2$
 $= (4x + y)(4x - y) \quad \dots$ 答
- (9) $81m^2 - 16n^2 = (9m)^2 - (4n)^2$
 $= (9m + 4n)(9m - 4n) \quad \dots$ 答
- (10) $1 - x^2 = 1^2 - x^2$
 $= (1 + x)(1 - x) \quad \dots$ 答
- (11) $9 - 25a^2 = 3^2 - (5a)^2$
 $= (3 + 5a)(3 - 5a) \quad \dots$ 答
- (12) $100 - 9b^2 = 10^2 - (3b)^2$
 $= (10 + 3b)(10 - 3b) \quad \dots$ 答

練成問題

P.31

1

次のように、分配法則を逆向きの形で使って、式全体を共通因数でくくる。

$$\boxed{a}b + \boxed{a}c + \boxed{a}d = \boxed{a}(b + c + d)$$

↑
共通因数

- (1) $ab + 5a = a \times b + a \times 5$
 $= a(b + 5) \quad \dots$ 答
- (2) $3ab + 2bc = b \times 3a + b \times 2c$
 $= b(3a + 2c) \quad \dots$ 答
- (3) $4x^2 - 8xy = 4x \times x - 4x \times 2y$
 $= 4x(x - 2y) \quad \dots$ 答
- (4) $14a^2b + 21ab = 7ab \times 2a + 7ab \times 3$
 $= 7ab(2a + 3) \quad \dots$ 答
- (5) $6ax + 8ay - 10az = 2a \times 3x + 2a \times 4y - 2a \times 5z$
 $= 2a(3x + 4y - 5z) \quad \dots$ 答
- (6) $8x^2 - 12xy + 4xy^2 = 4x \times 2x - 4x \times 3y + 4x \times y^2$
 $= 4x(2x - 3y + y^2) \quad \dots$ 答

2

$x^2 + \blacksquare x + \bullet$ を因数分解するには、 $ab = \bullet$ 、 $a + b = \blacksquare$ になる 2 つの数の組 a 、 b をさがし出し、次のように式を変形する。

$$x^2 + \blacksquare x + \bullet = (x + a)(x + b)$$

- (1) $x^2 + 8x + 7 = x^2 + (1 + 7)x + 1 \times 7$
 $= (x + 1)(x + 7) \quad \dots$ 答
- (2) $m^2 - 6m + 8 = m^2 + (-2 - 4)m + (-2) \times (-4)$
 $= (m - 2)(m - 4) \quad \dots$ 答
- (3) $x^2 - 11x + 30 = x^2 + (-5 - 6)x + (-5) \times (-6)$
 $= (x - 5)(x - 6) \quad \dots$ 答
- (4) $x^2 + 3x - 10 = x^2 + (-2 + 5)x + (-2) \times 5$
 $= (x - 2)(x + 5) \quad \dots$ 答
- (5) $a^2 + 7a - 18 = a^2 + (-2 + 9)a + (-2) \times 9$
 $= (a - 2)(a + 9) \quad \dots$ 答
- (6) $x^2 + 8x - 20 = x^2 + (-2 + 10)x + (-2) \times 10$
 $= (x - 2)(x + 10) \quad \dots$ 答
- (7) $a^2 - 10a - 24 = a^2 + (2 - 12)a + 2 \times (-12)$
 $= (a + 2)(a - 12) \quad \dots$ 答
- (8) $x^2 + 7xy + 10y^2 = x^2 + (2y + 5y)x + 2y \times 5y$
 $= (x + 2y)(x + 5y) \quad \dots$ 答

$$(9) \quad x^2 + 2xy - 8y^2 = x^2 + (-2y + 4y)x + (-2y) \times 4y \\ = (x - 2y)(x + 4y) \quad \dots \text{答}$$

3

公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
 を使って因数分解する。

- (1) $x^2 + 8x + 16 = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$
 $= (x + 4)^2 \quad \dots \text{答}$
- (2) $a^2 + 16a + 64 = a^2 + 2 \times a \times 8 + 8^2$
 $= (a + 8)^2 \quad \dots \text{答}$
- (3) $x^2 - 14x + 49 = x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2$
 $= (x - 7)^2 \quad \dots \text{答}$
- (4) $9x^2 + 12x + 4 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2$
 $= (3x + 2)^2 \quad \dots \text{答}$
- (5) $16a^2 - 24a + 9 = (4a)^2 - 2 \times 4a \times 3 + 3^2$
 $= (4a - 3)^2 \quad \dots \text{答}$
- (6) $4n^2 - 28n + 49 = (2n)^2 - 2 \times 2n \times 7 + 7^2$
 $= (2n - 7)^2 \quad \dots \text{答}$
- (7) $4a^2 + 4ab + b^2 = (2a)^2 + 2 \times 2a \times b + b^2$
 $= (2a + b)^2 \quad \dots \text{答}$
- (8) $9x^2 - 6xy + y^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times y + y^2$
 $= (3x - y)^2 \quad \dots \text{答}$
- (9) $36a^2 + 60ab + 25b^2 = (6a)^2 + 2 \times 6a \times 5b + (5b)^2$
 $= (6a + 5b)^2 \quad \dots \text{答}$

4

公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
 を使って因数分解する。

- (1) $a^2 - 25 = a^2 - 5^2$
 $= (a + 5)(a - 5) \quad \dots \text{答}$
- (2) $25m^2 - 4 = (5m)^2 - 2^2$
 $= (5m + 2)(5m - 2) \quad \dots \text{答}$
- (3) $x^2 - 25a^2 = x^2 - (5a)^2$
 $= (x + 5a)(x - 5a) \quad \dots \text{答}$
- (4) $16a^2 - 9b^2 = (4a)^2 - (3b)^2$
 $= (4a + 3b)(4a - 3b) \quad \dots \text{答}$
- (5) $1 - 16x^2 = 1^2 - (4x)^2$
 $= (1 + 4x)(1 - 4x) \quad \dots \text{答}$
- (6) $81 - 4a^2 = 9^2 - (2a)^2$
 $= (9 + 2a)(9 - 2a) \quad \dots \text{答}$

5

(1) 因数分解するときは、次の順に考えて使う公式を判断する。

1. 共通因数でくくれないか
2. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ が使えないか
3. $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ または、
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ が使えないか
4. $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ が使えないか

(2) 公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

が使えるときの係数の関係を考える。

(3) 積が -12 となる 2 つの数の組のうち、和が正になる場合を考える。

- (1) ① $4x^2y^2 - 10xy^3 + 6xy$
 $= 2xy \times 2xy - 2xy \times 5y^2 + 2xy \times 3$
 $= 2xy(2xy - 5y^2 + 3) \quad \dots \text{答}$
- ② $x^2 + 16x - 36 = x^2 + (-2 + 18)x + (-2) \times 18$
 $= (x - 2)(x + 18) \quad \dots \text{答}$
- ③ $m^2 + 72 - 17m = m^2 - 17m + 72$
 $= m^2 + (-8 - 9)m + (-8) \times (-9)$
 $= (m - 8)(m - 9) \quad \dots \text{答}$
- ④ $18a^2 + 9ax + x^2 = x^2 + 9ax + 18a^2$
 $= x^2 + (3a + 6a)x + 3a \times 6a$
 $= (x + 3a)(x + 6a) \quad \dots \text{答}$
- ⑤ $20ab + 25a^2 + 4b^2 = 25a^2 + 20ab + 4b^2$
 $= (5a)^2 + 2 \times 5a \times 2b + (2b)^2$
 $= (5a + 2b)^2 \quad \dots \text{答}$
- ⑥ $4a^2b^2 - 49c^2 = (2ab)^2 - (7c)^2$
 $= (2ab + 7c)(2ab - 7c) \quad \dots \text{答}$

(2) ① $x^2 - 8x + \text{㉞} = (x - \text{㉟})^2$

公式 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ より、

㉟には 8 の半分が入るから、4

㉞には、㉟の 2 乗が入るから、16

$$\text{㉞} \dots 16, \text{㉟} \dots 4 \quad \dots \text{答}$$

② $x^2 + \text{㉟} + 16y^2 = (x + \text{㊱})^2$

公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ より、

$16y^2 = (4y)^2 = \text{㊱}$ より、㊱は $4y$

㉟には、 x と ㊱ の積の 2 倍が入るから、 $8xy$

$$\text{㉟} \dots 8xy, \text{㊱} \dots 4y \quad \dots \text{答}$$

(3) 積が -12 で和が正の数 p となるような2つの整数の組は、

-1 と 12 , -2 と 6 , -3 と 4

であるから、

$$\left. \begin{array}{l} p=11 \text{ のとき, } (x-1)(x+12) \\ p=4 \text{ のとき, } (x-2)(x+6) \\ p=1 \text{ のとき, } (x-3)(x+4) \end{array} \right\} \cdots \text{答}$$