

ポイント 1 因数分解 I

● 因数分解……多項式を単項式や多項式の積の形で表すこと。

* 因数分解は、展開と逆の式変形である。

例 右の図のように、 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ であるから、 $a^2 - b^2$ を因数分解すると、 $(a+b)(a-b)$ である。このとき、 $a+b$ と $a-b$ を $a^2 - b^2$ の因数という。

$$\begin{array}{c} a^2 - b^2 \\ \text{因数分解} \downarrow \uparrow \text{展開} \\ (a+b)(a-b) \end{array}$$

● 共通因数……多項式の各項に共通した因数。

多項式に共通因数があるときは、分配法則を逆向きの形

$$ab + ac = a(b+c) \quad \leftarrow a \text{ が共通因数}$$

で使うことで、共通因数×(多項式)の形に変形できる。

この式変形を「共通因数でくくる」という。

例 $2ax + 6ay + 4az$
 $= 2a \times x + 2a \times 3y + 2a \times 2z$
 $= 2a(x + 3y + 2z)$] 共通因数 $2a$ でくくる

* 因数分解するときは、かっこの中の多項式に共通因数が残らない形に変形する。

例えば、 $4ax + 6ay = a(4x + 6y)$ とすると、かっこの中の $4x$ と $6y$ は共通因数 2 をもつので、 $4ax + 6ay = 2a(2x + 3y)$ のように、共通因数がかっこの中に残らない形にする。

確認問題 1 次の式を因数分解しなさい。

*□(1) $ax - ay$

□(2) $ab + b$

□(3) $3xy - 4xz$

*□(4) $2a^2 + a$

□(5) $4x^2 - 5xy$

□(6) $2ax + 3bx$

*□(7) $2ax + 4a$

□(8) $9ab - 6b$

□(9) $10x^2 + 5x$

*□(10) $-3a^2 - 2ab$

□(11) $8xy - 20yz$

□(12) $-12abc + 18c$

*□(13) $abc + 2ab$

□(14) $3xy^2 - 4xy$

□(15) $6a^2b + 3ab$

*□(16) $x^2y + x^2z$

□(17) $4a^3 - 12a^2$

□(18) $9x^2y + 6xy^2$

*□(19) $ax - bx + cx$

□(20) $3a^2b - 5ab + 4b$

□(21) $2ax + 4ay - 6a$

*□(22) $9ax + 6bx + 12cx$

□(23) $8a^2 - 12ab - 16ac$

□(24) $6x^2y - 14xy^2 + 10y$

*□(25) $6xy^2 - 9x^2 + 12xy$

□(26) $4a^2b + 12ab^2 - 6ab$

□(27) $10a^2b^2 + 20ab^3 + 15b^3$

ポイント 2 因数分解 II

● 乗法公式を利用する因数分解(1)…… $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

- 例**
- | | |
|--|---|
| ① $x^2 + 5x + 6$
→積が <u>6</u> , 和が <u>5</u> となる 2 数は 2 と 3
→ $x^2 + (2 + 3)x + 2 \times 3 = (x + 2)(x + 3)$ | ② $x^2 - 7x + 6$
→積が <u>6</u> , 和が <u>-7</u> となる 2 数は -1 と -6
→ $x^2 + (-1 - 6)x + (-1) \times (-6) = (x - 1)(x - 6)$ |
| ③ $x^2 + x - 6$
→積が <u>-6</u> , 和が <u>1</u> となる 2 数は -2 と 3
→ $x^2 + (-2 + 3)x + (-2) \times 3 = (x - 2)(x + 3)$ | ④ $x^2 - 5x - 6$
→積が <u>-6</u> , 和が <u>-5</u> となる 2 数は 1 と -6
→ $x^2 + (1 - 6)x + 1 \times (-6) = (x + 1)(x - 6)$ |

*③, ④のように, 積が負の数の場合, 絶対値で考えるとよい。例えば③の場合,

積が -6, 和が 1 となる 2 数 → 積が 6, 差が 1 となる 2 数を考える。

→ 2 と 3 → 和が 1 となるように符号をつけると, -2 と 3

確認問題 2 次の問いに答えなさい。

*□(1) 次の空欄にあてはまる数や式を求めなさい。

□① 積が 8, 和が 6 となる 2 数は()と()より,
 $x^2 + 6x + 8 = () ()$ と因数分解できる。

□② 積が 15, 和が -8 となる 2 数は()と()より,
 $x^2 - 8x + 15 = () ()$ と因数分解できる。

□③ 積が -10, 和が -3 となる 2 数は()と()より,
 $x^2 - 3x - 10 = () ()$ と因数分解できる。

□(2) 次の式を因数分解しなさい。

*□① $x^2 + 4x + 3$

□② $x^2 + 3x + 2$

□③ $a^2 + 8a + 12$

*□④ $x^2 + 10x + 9$

□⑤ $a^2 + 6a + 5$

□⑥ $x^2 + 11x + 30$

*□⑦ $x^2 - 9x + 18$

□⑧ $a^2 - 7a + 10$

□⑨ $x^2 - 12x + 32$

*□⑩ $a^2 - 8a + 7$

□⑪ $x^2 - 4x + 3$

□⑫ $a^2 - 13a + 12$

*□⑬ $x^2 + x - 12$

□⑭ $x^2 + x - 20$

□⑮ $x^2 + 3x - 18$

*□⑯ $a^2 + 2a - 24$

□⑰ $x^2 + 5x - 14$

□⑱ $a^2 + 4a - 12$

*□⑲ $x^2 - 3x - 28$

□⑳ $x^2 - x - 2$

□㉑ $a^2 - 2a - 15$

*□㉒ $x^2 - 6x - 16$

□㉓ $a^2 - 4a - 21$

□㉔ $x^2 - 15x - 16$

ポイント 3 因数分解Ⅲ

● 乗法公式を利用する因数分解(2)…… $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

例 ① $x^2 + 2x + 1$

$$= x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2$$

$$= (x + 1)^2$$

② $a^2 - 8ab + 16b^2$

$$= a^2 - 2 \times a \times 4b + (4b)^2$$

$$= (a - 4b)^2$$

③ $4x^2 + 4x + 1$

$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2$$

$$= (2x + 1)^2$$

確認問題 3 次の式を因数分解しなさい。

*□(1) $x^2 + 4x + 4$

□(2) $a^2 + 6a + 9$

□(3) $m^2 + 12m + 36$

*□(4) $a^2 - 2a + 1$

□(5) $x^2 - 10x + 25$

□(6) $p^2 - 18p + 81$

*□(7) $9a^2 + 6a + 1$

□(8) $36x^2 + 12x + 1$

□(9) $4n^2 + 20n + 25$

*□(10) $4b^2 - 4b + 1$

□(11) $25x^2 - 20x + 4$

□(12) $100a^2 - 60a + 9$

*□(13) $x^2 + 2xy + y^2$

□(14) $a^2 + 10ab + 25b^2$

□(15) $9m^2 + 30mn + 25n^2$

*□(16) $a^2 - 4ab + 4b^2$

□(17) $49x^2 - 14xy + y^2$

□(18) $25a^2 - 40ab + 16b^2$

ポイント 4 因数分解Ⅳ

● 乗法公式を利用する因数分解(3)…… $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

例 ① $a^2 - 4 = a^2 - 2^2$

$$= (a + 2)(a - 2)$$

② $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2$

$$= (2x + 5)(2x - 5)$$

確認問題 4 次の式を因数分解しなさい。

*□(1) $x^2 - 1$

□(2) $x^2 - 16$

□(3) $a^2 - 36$

*□(4) $4a^2 - 1$

□(5) $9m^2 - 4$

□(6) $16x^2 - 9$

*□(7) $a^2 - 9b^2$

□(8) $16x^2 - y^2$

□(9) $81m^2 - 16n^2$

*□(10) $1 - x^2$

□(11) $9 - 25a^2$

□(12) $100 - 9b^2$

練成問題

1 次の式を因数分解しなさい。

(⊖ポイント1)

* (1) $ab + 5a$

(2) $3ab + 2bc$

(3) $4x^2 - 8xy$

* (4) $14a^2b + 21ab$

* (5) $6ax + 8ay - 10az$

(6) $8x^2 - 12xy + 4xy^2$

2 次の式を因数分解しなさい。

(⊖ポイント2)

* (1) $x^2 + 8x + 7$

(2) $m^2 - 6m + 8$

(3) $x^2 - 11x + 30$

* (4) $x^2 + 3x - 10$

(5) $a^2 + 7a - 18$

(6) $x^2 + 8x - 20$

* (7) $a^2 - 10a - 24$

(8) $x^2 + 7xy + 10y^2$

(9) $x^2 + 2xy - 8y^2$

3 次の式を因数分解しなさい。

(⊖ポイント3)

* (1) $x^2 + 8x + 16$

(2) $a^2 + 16a + 64$

(3) $x^2 - 14x + 49$

* (4) $9x^2 + 12x + 4$

(5) $16a^2 - 24a + 9$

(6) $4n^2 - 28n + 49$

* (7) $4a^2 + 4ab + b^2$

(8) $9x^2 - 6xy + y^2$

(9) $36a^2 + 60ab + 25b^2$

4 次の式を因数分解しなさい。

(⊖ポイント4)

* (1) $a^2 - 25$

(2) $25m^2 - 4$

(3) $x^2 - 25a^2$

* (4) $16a^2 - 9b^2$

(5) $1 - 16x^2$

(6) $81 - 4a^2$

5 次の問いに答えなさい。

(1) 次の式を因数分解しなさい。

① $4x^2y^2 - 10xy^3 + 6xy$

② $x^2 + 16x - 36$

③ $m^2 + 72 - 17m$

④ $18a^2 + 9ax + x^2$

⑤ $20ab + 25a^2 + 4b^2$

⑥ $4a^2b^2 - 49c^2$

(2) 次の空欄にあてはまる数または式を答えなさい。

① $x^2 - 8x + \text{ア} = (x - \text{イ})^2$ ② $x^2 + \text{ウ} + 16y^2 = (x + \text{エ})^2$

(3) $x^2 + px - 12$ が $(x+a)(x+b)$ (a, b は整数) の形に因数分解できるような正の整数 p の値をすべて求めなさい。また、それぞれの p の値について因数分解した式を答えなさい。