

14 2乗に比例する関数

★ 要点のまとめ

1 2乗に比例する関数

◆ 2乗に比例する関数 ◆

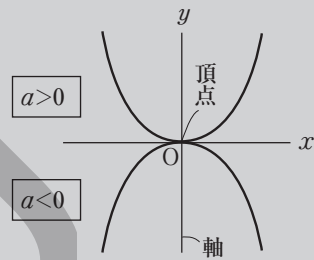
2つの量 x , y の間に、 $y = ax^2$ (a は定数) という関係があるとき、 y は x^2 に比例するといひ、 a を比例定数といひます。

例 y は x の2乗に比例し、 $x = -4$ のとき、 $y = 8$ である。 $x = 2$ のときの y の値
 y は x の2乗に比例するので、 $y = ax^2$ とおく。
 $y = ax^2$ に $x = -4$, $y = 8$ を代入して、 $8 = a \times (-4)^2$, $a = \frac{1}{2}$
 $y = \frac{1}{2}x^2$ に $x = 2$ を代入して、 $y = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$

2 関数 $y = ax^2$ のグラフ

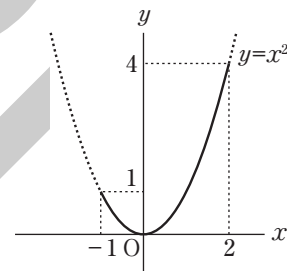
◆ 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴 ◆

- 関数 $y = ax^2$ のグラフを放物線といひます。放物線の対称軸を放物線の軸、放物線と放物線の軸との交点を頂点といひます。
 - ① 原点を通り、 y 軸について対称
 - ② $a > 0$ のとき上に開き、 $a < 0$ のとき下に開きます。



3 関数 $y = ax^2$ の変域

例 関数 $y = x^2$ の x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ であるときの y の変域
 関数 $y = x^2$ で、 $x = -1$ のとき、 $y = (-1)^2 = 1$
 $x = 2$ のとき、 $y = 2^2 = 4$
 右の図のグラフより、 y の変域は $0 \leq y \leq 4$



4 関数 $y = ax^2$ の変化の割合

- x の増加量に対する y の増加量の割合を変化の割合といひます。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

例 関数 $y = 2x^2$ で、 x の値が -2 から 3 まで増加するときの変化の割合

$$\left. \begin{array}{l} x \text{ の増加量} = 3 - (-2) = 5 \\ y \text{ の増加量} = 2 \times 3^2 - 2 \times (-2)^2 = 10 \end{array} \right\} \text{変化の割合} = \frac{10}{5} = 2$$

※ $y = ax^2$ で、 x の値が p から q まで変化するときの変化の割合は、

$$\text{変化の割合} = \frac{aq^2 - ap^2}{q - p} = \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p} = a(p+q) \quad \text{と求めることもできる。}$$

1 2乗に比例する関数

学習日 月 日

次の問いに答えなさい。

(1) 底面が1辺 x cm の正方形で、高さが9cmの正四角錐の体積を y cm³ とするとき、 y を x の式で表し、

2 比例定数を答えなさい。

(2) 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ について、次の値を求めなさい。

① $x=4$ に対応する y の値

1

② $y=-2$ となる x の値

2

(3) y は x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき、 $y=-9$ である。

① y を x の式で表しなさい。

2

② $x=-5$ のときの y の値を求めなさい。

3

2 関数 $y=ax^2$ のグラフ

学習日 月 日

次の問いに答えなさい。

(1) 次のア～ウの関数について、あとの問いに記号で答えなさい。

ア $y=x^2$ イ $y=3x^2$ ウ $y=-\frac{1}{2}x^2$

① ア～ウのグラフをかきなさい。

3

② グラフが下に開いているものを答えなさい。

2

③ グラフの開きが最も大きいものを答えなさい。

2

④ $x>0$ の範囲で、 x の値が増加すると y の値も

2 増加するものを答えなさい。

(2) 右の図の①～③の放物線の式を求めなさい。

①

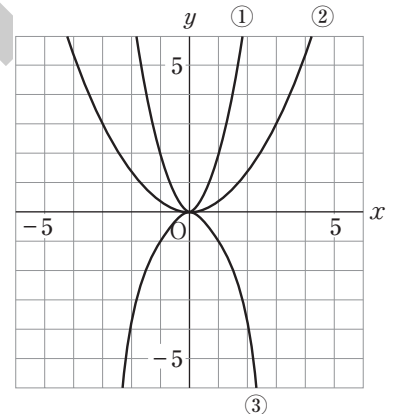
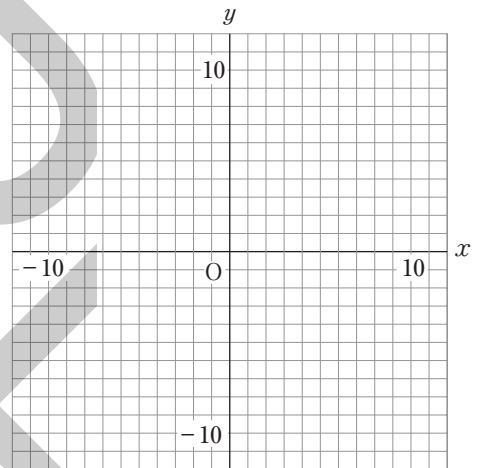
3

②

3

③

3



3 関数 $y=ax^2$ の変域

学習日 月 日

次の関数において、 x の変域が()内のとき、 y の変域を求めなさい。

(1) $y=x^2$ ($1 \leq x \leq 4$)

4

(2) $y=2x^2$ ($-2 \leq x \leq 3$)

5

(3) $y=\frac{1}{3}x^2$ ($-3 \leq x \leq 1$)

5

(4) $y=-x^2$ ($-7 \leq x \leq -5$)

4

(5) $y=-3x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)

5

(6) $y=-\frac{3}{4}x^2$ ($-4 \leq x \leq 6$)

5

4 関数 $y=ax^2$ の変化の割合

学習日 月 日

次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=3x^2$ で、 x の値が次のように変化するときの変化の割合を求めなさい。

① 1 から 4 まで

5

② -5 から 3 まで

6

(2) 次の関数で、 x の値が3から5まで変化するときの変化の割合を求めなさい。

① $y=2x$

3

② $y=2x^2$

5

③ $y=-2x^2$

6

(3) 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が1から4まで増加するときの変化の割合が5であるとき、 a の値を求めなさい。

7

1 次のア～カの関数について、あとの問いに記号で答えなさい。 【3点×5】

ア $y = -x^2$ イ $y = \frac{1}{3}x^2$ ウ $y = 5x^2$ エ $y = -\frac{1}{3}x^2$ オ $y = \frac{1}{5}x^2$ カ $y = -3x^2$

(1) グラフが下に開いているものをすべて答えなさい。

2

(2) グラフの開きが最も大きいものを答えなさい。

2

(3) グラフが x 軸について対称なものは、どれとどれか答えなさい。

3

と

(4) $x < 0$ の範囲で、 x の値が増加すると y の値も増加するものをすべて答えなさい。

3

(5) $x > 0$ の範囲で、 x の値が増加すると y の値も増加するものをすべて答えなさい。

3

2 次の問いに答えなさい。 【5点×7】

(1) y は x の2乗に比例し、 $x = -6$ のとき、 $y = 12$ である。次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

2

② $x = 3$ のときの y の値を求めなさい。

3

(2) 関数 $y = 2x^2$ において、 x の変域が次のとき、 y の変域を求めなさい。

① $1 \leq x \leq 3$

4

② $-4 \leq x \leq 2$

5

(3) 関数 $y = x^2$ で、 x の値が次のように変化するときの変化の割合を求めなさい。

① -6 から -2 まで

6

② -4 から 2 まで

6

(4) 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が -2 から 6 まで増加するときの変化の割合が -3 であるとき、 a の値を求めなさい。

7