

## 4

## 因数分解の利用

P.22 ~ 27

## A

- 1** (1)  $2(x+1)(x+4)$  (2)  $-3(a-2)(a-3)$   
 (3)  $5(x+1)(x-5)$  (4)  $-4(a-2)(a+3)$   
 (5)  $7(a+1)^2$  (6)  $2(3m+1)^2$   
 (7)  $-4(x-5)^2$  (8)  $-4(x+3)(x-3)$   
 (9)  $5(2a+3)(2a-3)$  (10)  $3(a-2)(a+6)$   
 (11)  $9(2n+1)(2n-1)$  (12)  $a(b+5)(b-5)$   
 (13)  $2y(x+2)(x-2)$  (14)  $2y(2x-1)^2$   
 (15)  $5a(a+1)(a-3)$

## 【解説】

- (1)  $2x^2 + 10x + 8 = 2(x^2 + 5x + 4)$   
 $= 2(x+1)(x+4)$  …答  
 (2)  $-3a^2 + 15a - 18 = -3(a^2 - 5a + 6)$   
 $= -3(a-2)(a-3)$  …答  
 (3)  $5x^2 - 20x - 25 = 5(x^2 - 4x - 5)$   
 $= 5(x+1)(x-5)$  …答  
 (4)  $-4a^2 - 4a + 24 = -4(a^2 + a - 6)$   
 $= -4(a-2)(a+3)$  …答  
 (5)  $7a^2 + 14a + 7 = 7(a^2 + 2a + 1)$   
 $= 7(a+1)^2$  …答  
 (6)  $18m^2 + 12m + 2 = 2(9m^2 + 6m + 1)$   
 $= 2(3m+1)^2$  …答  
 (7)  $-4x^2 + 40x - 100 = -4(x^2 - 10x + 25)$   
 $= -4(x-5)^2$  …答  
 (8)  $-4x^2 + 36 = -4(x^2 - 9)$   
 $= -4(x+3)(x-3)$  …答  
 (9)  $20a^2 - 45 = 5(4a^2 - 9)$   
 $= 5(2a+3)(2a-3)$  …答  
 (10)  $3a^2 + 12a - 36 = 3(a^2 + 4a - 12)$   
 $= 3(a-2)(a+6)$  …答  
 (11)  $36n^2 - 9 = 9(4n^2 - 1)$   
 $= 9(2n+1)(2n-1)$  …答

- 2** (1)  $(x-3)(x-7)$  (2)  $(x-2)(x+6)$   
 (3)  $(a-3)(a+5)$  (4)  $(x+3)(x+6)$   
 (5)  $(x-5)(x+7)$  (6)  $(x-4)(x+8)$   
 (7)  $(x+3)(x-8)$  (8)  $(a-2)(a+10)$   
 (9)  $(x+3)(x-3)$  (10)  $x(x-2)$   
 (11)  $(x-3)(x-4)$  (12)  $(x-2)(x+13)$

## 【解説】

- (1)  $(x-2)(x-8) + 5 = (x^2 - 10x + 16) + 5$   
 $= x^2 - 10x + 21$   
 $= (x-3)(x-7)$  …答  
 (2)  $(x-3)(x+4) + 3x = (x^2 + x - 12) + 3x$   
 $= x^2 + 4x - 12$   
 $= (x-2)(x+6)$  …答  
 (3)  $(a+4)(a-4) + 2a + 1 = (a^2 - 16) + 2a + 1$   
 $= a^2 + 2a - 15$   
 $= (a-3)(a+5)$  …答  
 (4)  $(x+2)(x+5) + 2(x+4)$   
 $= (x^2 + 7x + 10) + 2x + 8$   
 $= x^2 + 9x + 18$   
 $= (x+3)(x+6)$  …答  
 (5)  $(x-7)(x+3) + 2(3x-7)$   
 $= (x^2 - 4x - 21) + 6x - 14$   
 $= x^2 + 2x - 35$   
 $= (x-5)(x+7)$  …答  
 (6)  $(x-3)(x+7) - 11 = (x^2 + 4x - 21) - 11$   
 $= x^2 + 4x - 32$   
 $= (x-4)(x+8)$  …答  
 (7)  $(x+4)(x-6) - 3x = (x^2 - 2x - 24) - 3x$   
 $= x^2 - 5x - 24$   
 $= (x+3)(x-8)$  …答  
 (8)  $(a+2)^2 + 4(a-6) = (a^2 + 4a + 4) + 4a - 24$   
 $= a^2 + 8a - 20$   
 $= (a-2)(a+10)$  …答

- 3** (1)  $(a+1)(x+y)$  (2)  $(x-y)(a+2)$   
 (3)  $(a-b)(m+n)$  (4)  $(x+1)(y-1)$   
 (5)  $(a+b)(1-c)$  (6)  $(a-3)(x-2y)$   
 (7)  $(a+b)(x+1)$  (8)  $(x+1)(y+2)$   
 (9)  $(a-3)(x+2)$  (10)  $(a+b)(a+b-2)$   
 (11)  $(x-y)(x-y-z)$   
 (12)  $(m-n)(3m-3n+1)$   
 (13)  $(x+3)(x-1)$  (14)  $(a+1)(a+2)$   
 (15)  $(2x+1)(2x-3)$

## 【解説】

- (1)  $a+1 = M$ とおくと,  
 $(a+1)x + (a+1)y = Mx + My$   
 $= M(x+y)$   
 $= (a+1)(x+y)$  …答

(4)  $x+1=M$ とおくと,  
 $y(x+1)-(x+1)=yM-M$   
 $=M(y-1)$   
 $= (x+1)(y-1) \dots$  **答**

(7)  $a+b=M$ とおくと,  
 $(a+b)x+a+b=Mx+M$   
 $=M(x+1)$   
 $= (a+b)(x+1) \dots$  **答**

(9)  $a-3=M$ とおくと,  
 $x(a-3)+2a-6=x(a-3)+2(a-3)$   
 $=xM-2M$   
 $=M(x-2)$   
 $= (a-3)(x-2) \dots$  **答**

(10)  $a+b=M$ とおくと,  
 $(a+b)^2-2(a+b)$   
 $=M^2-2M$   
 $=M(M-2)$   
 $= (a+b)(a+b-2) \dots$  **答**

(14)  $a+1=M$ とおくと,  
 $2(a+1)^2-a(a+1)=2M^2-aM$   
 $=M(2M-a)$   
 $= (a+1)\{2(a+1)-a\}$   
 $= (a+1)(a+2) \dots$  **答**

- 4** (1)  $(a-b+c)(a-b-c)$   
 (2)  $(x+y-1)(x+y-2)$   
 (3)  $(x+9)(x-1)$  (4)  $(x+5)(x-2)$   
 (5)  $(a-b-4)(a-b-6)$   
 (6)  $(a+3b+2c)(a+3b-2c)$   
 (7)  $(2x+3)(2x-1)$   
 (8)  $(a+b+1)(a-b-1)$   
 (9)  $(4x-5)(2x-5)$   
 (10)  $(2x+y-z)(2x-y+z)$

**【解説】**

(1)  $a-b=M$ とおくと,  
 $(a-b)^2-c^2=M^2-c^2$   
 $= (M+c)(M-c)$   
 $= (a-b+c)(a-b-c) \dots$  **答**

(2)  $x+y=M$ とおくと,  
 $(x+y)^2-3(x+y)+2$   
 $=M^2-3M+2$   
 $= (M-1)(M-2)$   
 $= (x+y-1)(x+y-2) \dots$  **答**

(6)  $a+3b=M$ とおくと,  
 $(a+3b)^2-4c^2$   
 $=M^2-(2c)^2$   
 $= (M+2c)(M-2c)$   
 $= (a+3b+2c)(a+3b-2c) \dots$  **答**

(8)  $b+1=M$ とおくと,  
 $a^2-(b+1)^2=a^2-M^2$   
 $= (a+M)(a-M)$   
 $= \{a+(b+1)\}\{a-(b+1)\}$   
 $= (a+b+1)(a-b-1) \dots$  **答**

(9)  $3x-5=M$ とおくと,  
 $(3x-5)^2-x^2=M^2-x^2$   
 $= (M+x)(M-x)$   
 $= (3x-5+x)(3x-5-x)$   
 $= (4x-5)(2x-5) \dots$  **答**

**5** (1) ア  $\dots x+2$ , イ  $\dots x+2$ , ウ  $\dots x+2$ ,  
 エ  $\dots x+2$

(2) ア  $\dots x+2$ , イ  $\dots 2y$ , ウ  $\dots x+2+2y$

**6** (1) 400 (2) 9900 (3) 280 (4) 100  
 (5) -640

**【解説】**

(1)  $a^2+6a+9=(a+3)^2$   
 $= (17+3)^2$   
 $= 20^2$   
 $= 400 \dots$  **答**

(2)  $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$   
 $= (98+1)(98+2)$   
 $= 99 \times 100$   
 $= 9900 \dots$  **答**

(3)  $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$   
 $= (37+33)(37-33)$   
 $= 70 \times 4$   
 $= 280 \dots$  **答**

(4)  $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$   
 $= (45-35)^2$   
 $= 10^2$   
 $= 100 \dots$  **答**

**7** (1)① ア  $\dots 36$ , イ  $\dots 36$ , ウ  $\dots 100$ , エ  $\dots 2800$

② ア  $\dots 7$ , イ  $\dots 20$ , ウ  $\dots 400$

(2) ア  $\dots n+4$ , イ  $\dots 4n+4$ , ウ  $\dots n+2$

- 1 (1)  $y(x+1)(x+3)$  (2)  $x(x-5)(x-8)$   
 (3)  $4a(x-2)(x+7)$  (4)  $2a(5x-3)^2$   
 (5)  $-2a(5a+4)(5a-4)$   
 (6)  $16n(2m+1)(2m-1)$   
 (7)  $2(x+3)(x-5)$  (8)  $(x-1)(x+38)$   
 (9)  $(a+3b)^2$  (10)  $2(x-2y)(x+6y)$

## 【解説】

- (1)  $x^2y + 4xy + 3y = y(x^2 + 4x + 3)$   
 $= y(x+1)(x+3) \quad \dots$ 答
- (2)  $x^3 - 13x^2 + 40x = x(x^2 - 13x + 40)$   
 $= x(x-5)(x-8) \quad \dots$ 答
- (3)  $4ax^2 + 20ax - 56a = 4a(x^2 + 5x - 14)$   
 $= 4a(x-2)(x+7) \quad \dots$ 答
- (4)  $50ax^2 - 60ax + 18a = 2a(25x^2 - 30x + 9)$   
 $= 2a(5x-3)^2 \quad \dots$ 答
- (5)  $-50a^3 + 32a = -2a(25a^2 - 16)$   
 $= -2a(5a+4)(5a-4) \quad \dots$ 答
- (6)  $64m^2n - 16n = 16n(4m^2 - 1)$   
 $= 16n(2m+1)(2m-1) \quad \dots$ 答
- (7)  $(x-2)(x+1) + (x+4)(x-7)$   
 $= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x - 28)$   
 $= 2x^2 - 4x - 30$   
 $= 2(x^2 - 2x - 15)$   
 $= 2(x+3)(x-5) \quad \dots$ 答
- (8)  $3(x+2)(x+3) - 2(x-4)(x-7)$   
 $= 3(x^2 + 5x + 6) - 2(x^2 - 11x + 28)$   
 $= 3x^2 + 15x + 18 - 2x^2 + 22x - 56$   
 $= x^2 + 37x - 38$   
 $= (x-1)(x+38) \quad \dots$ 答
- (9)  $(2a+3b)^2 - 3a(a+2b)$   
 $= (4a^2 + 12ab + 9b^2) - 3a^2 - 6ab$   
 $= a^2 + 6ab + 9b^2$   
 $= (a+3b)^2 \quad \dots$ 答
- (10)  $(x+y)(x+4y) + (x-4y)(x+7y)$   
 $= (x^2 + 5xy + 4y^2) + (x^2 + 3xy - 28y^2)$   
 $= 2x^2 + 8xy - 24y^2$   
 $= 2(x^2 + 4xy - 12y^2)$   
 $= 2(x-2y)(x+6y) \quad \dots$ 答

- 2 (1)  $(a-3b+4c)(a-3b-4c)$   
 (2)  $3(x-1)(x+5)$   
 (3)  $(2a-b-2)(2a-b+5)$   
 (4)  $(x-4)(y-3)$  (5)  $(a+c)(b+d)$   
 (6)  $(a-b+3c)(a-b-3c)$

## 【解説】

- (1)  $a-3b = M$ とおくと,  
 $(a-3b)^2 - 16c^2$   
 $= M^2 - (4c)^2$   
 $= (M+4c)(M-4c)$   
 $= (a-3b+4c)(a-3b-4c) \quad \dots$ 答
- (2)  $2x+1 = M$ ,  $x-4 = N$ とおくと,  
 $(2x+1)^2 - (x-4)^2$   
 $= M^2 - N^2$   
 $= (M+N)(M-N)$   
 $= \{(2x+1) + (x-4)\}\{(2x+1) - (x-4)\}$   
 $= (3x-3)(x+5)$   
 $= 3(x-1)(x+5) \quad \dots$ 答
- (3)  $2a-b = M$ とおくと,  
 $(2a-b)^2 + 3(2a-b) - 10$   
 $= M^2 + 3M - 10$   
 $= (M-2)(M+5)$   
 $= (2a-b-2)(2a-b+5) \quad \dots$ 答
- (4)  $xy - 3x - 4y + 12 = (x-4)y - 3(x-4)$   
 $= (x-4)(y-3) \quad \dots$ 答
- (5)  $ab + bc + cd + ad = (a+c)b + (a+c)d$   
 $= (a+c)(b+d) \quad \dots$ 答
- (6)  $a^2 - 2ab + b^2 - 9c^2$   
 $= (a-b)^2 - (3c)^2$   
 $= (a-b+3c)(a-b-3c) \quad \dots$ 答

- 3 (1) 3600 (2) 360 (3) -12 (4) 150

## 【解説】

- (1)  $4a^2 + 4ab + b^2 = (2a+b)^2$   
 $= (2 \times 19 + 22)^2$   
 $= 60^2$   
 $= 3600 \quad \dots$ 答
- (2)  $2x^2 - 4x - 30 = 2(x^2 - 2x - 15)$   
 $= 2(x+3)(x-5)$   
 $= 2(15+3)(15-5)$   
 $= 2 \times 18 \times 10$   
 $= 360 \quad \dots$ 答

$$\begin{aligned}
 (3) \quad a^2 - ab - 6b^2 &= (a + 2b)(a - 3b) \\
 &= \left(\frac{6}{5} + 2 \times \frac{7}{5}\right) \left(\frac{6}{5} - 3 \times \frac{7}{5}\right) \\
 &= 4 \times (-3) \\
 &= -12 \quad \cdots \text{答}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad 5m^2 - 5n^2 &= 5(m^2 - n^2) \\
 &= 5(m + n)(m - n) \\
 &= 5 \times 15 \times 2 \\
 &= 150 \quad \cdots \text{答}
 \end{aligned}$$

#### 4 [証明]

$n$  を整数として、ある奇数を  $2n + 1$  と表す。

その奇数の 2 乗から 1 をひいた差は、

$$\begin{aligned}
 (2n + 1)^2 - 1 &= (4n^2 + 4n + 1) - 1 \\
 &= 4n^2 + 4n \\
 &= 4n(n + 1)
 \end{aligned}$$

ここで、 $n(n + 1)$  は連続する 2 つの整数の積だから 2 の倍数である。

したがって、 $4n(n + 1)$  は、 $4 \times 2 = 8$  より、8 の倍数である。

よって、奇数の 2 乗から 1 をひいた差は、8 の倍数になる。終

#### 5 [証明]

真ん中の整数を  $n$  とすると、差が 2 である 3 つの整数は、 $n - 2$ ,  $n$ ,  $n + 2$  と表せる。

真ん中の数の 3 乗から真ん中の数の 4 倍をひいた差は、

$$\begin{aligned}
 n^3 - 4n &= n(n^2 - 4) \\
 &= n(n + 2)(n - 2)
 \end{aligned}$$

よって、真ん中の数の 3 乗から真ん中の数の 4 倍をひいた差は、この 3 つの整数の積に等しい。終