9 方程式の解法

要点のまとめ

1 方程式の解法 I

● **方程式**……式の文字に，ある値を代入すると成り立つ等式。方程式を成り立たせる値を，**方程式の解**といい，方程式の解を求めることを**方程式を解く**といいます。

● **等式の性質**……一般に，等式には次の性質があります。

① 等式の両辺に同じ数をたしても等式は成り立つ。　$A=B$ ならば $A+C=B+C$

② 等式の両辺から同じ数をひいても等式は成り立つ。　$A=B$ ならば $A-C=B-C$

③ 等式の両辺に同じ数をかけても等式は成り立つ。　$A=B$ ならば $AC=BC$

④ 等式の両辺を 0 でない同じ数でわっても等式は成り立つ。　$A=B$ ならば $\dfrac{A}{C}=\dfrac{B}{C}$

● **移項**……一方の辺の項を符号を変えて他方の辺に移すことを，**移項する**という。

● **方程式を解く手順**

① x をふくむ項を左辺に，数の項を右辺に移項する。

② 両辺を整理して $ax=b$ の形にする。

③ 両辺を x の係数でわる。

例

$$\begin{aligned} 3x-3&=5x+3 \\ 3x-5x&=3+3 \quad \text{移項} \\ -2x&=6 \quad \text{整理} \\ x&=-3 \quad \text{両辺を}-2\text{でわる} \end{aligned}$$

2 方程式の解法 II

● **かっこをふくむ方程式の解法**……分配法則 $a(b+c)=ab+ac$ を使って，かっこをはずして解きます。

例 $3(x-2)=x-2 \xrightarrow{\text{かっこをはずす}} 3x-6=x-2$

$$\begin{aligned} 3x-6&=x-2 \\ 3x-x&=-2+6 \\ 2x&=4 \\ x&=2 \end{aligned}$$

3 方程式の解法 III

● **小数をふくむ方程式の解法**……両辺を 10 倍，100 倍，……して，小数をふくまない式にしてから解きます。

● **分数をふくむ方程式の解法**……両辺に分母の最小公倍数をかけて，分数をふくまない式にしてから解きます。

例 $\dfrac{5}{6}x-\dfrac{3}{2}=\dfrac{4}{3}x+\dfrac{1}{2} \xrightarrow{\text{両辺を 6 倍}} 6\left(\dfrac{5}{6}x-\dfrac{3}{2}\right)=6\left(\dfrac{4}{3}x+\dfrac{1}{2}\right)$

$$\begin{aligned} 5x-9&=8x+3 \\ -3x&=12 \\ x&=-4 \end{aligned}$$

4 比例式

● **比の値**……$a:b$ で表された比で，a を b でわった商 $\dfrac{a}{b}$ を比の値といいます。

比の値が等しい 2 つの比は等しいです。

例 2：3 の比の値は $\dfrac{2}{3}$，10：15 の比の値は $\dfrac{2}{3}$ より，2 つの比は等しく，2：3＝10：15

● **比例式**……2 つの比が等しいことを表す式

比例式 $a:b=m:n$ が成り立つならば，

$an=bm$

$$\overbrace{a:\underbrace{b=m}_{bm}:n}^{an}$$

12 方程式の利用③

☀ 要点のまとめ

1 速さに関する問題Ⅰ

$$(\text{道のり}) = (\text{速さ}) \times (\text{時間})$$

$$(\text{時間}) = \frac{(\text{道のり})}{(\text{速さ})}$$

● **速さに関する問題**……道のりまたは時間の関係を考えて方程式をつくります。

例 分速 150m の速さで x 分走ったあと，分速 70m の速さで 5 分歩いたとき，進んだ道のりは 1400m であった。

→ 走った道のりは，$150 \times x = 150x$(m)，歩いた道のりは，$70 \times 5 = 350$(m)

道のりの合計が 1400m だから，方程式は，$150x + 350 = 1400$

2 速さに関する問題Ⅱ

例 A 町から $x$km 離れた B 町までを行きは時速 5km，帰りは時速 4km の速さで歩いて往復したところ，往復にかかった時間は 2 時間であった。

→ 行きにかかった時間は$\frac{x}{5}$時間，帰りにかかった時間は$\frac{x}{4}$時間

かかった時間の合計が 2 時間だから，方程式は，$\frac{x}{5} + \frac{x}{4} = 2$

3 割合に関する問題

● **割合に関する問題**……□ の a 割 → $\square \times \frac{a}{10}$，□ の a% → $\square \times \frac{a}{100}$

例 定価の 7 割の値段が 280 円であるとする。

定価を x 円とすると，定価の 7 割の値段は $x \times \frac{7}{10} = \frac{7}{10}x$(円)だから，

方程式は，$\frac{7}{10}x = 280$

4 濃度に関する問題

$$(\text{食塩の量}) = (\text{食塩水の量}) \times \frac{\text{濃度}(\%)}{100}$$

$$(\text{濃度}\%) = \frac{(\text{食塩の量})}{(\text{食塩水の量})} \times 100$$

● **食塩水の濃度に関する問題**……食塩の重さの関係から方程式をつくる。

例 8%の食塩水 xg に水 60g を加えると 5%の食塩水ができる。

→ 8%の食塩水 xg にふくまれる食塩の重さは，$x \times \frac{8}{100}$g …①

できた 5%の食塩水$(x+60)$g にふくまれる食塩の重さは，$(x+60) \times \frac{5}{100}$g …②

①，②は同じ食塩の重さを表すから，方程式は，$x \times \frac{8}{100} = (x+60) \times \frac{5}{100}$