18 円周角の定理の補充 P142～145

確認問題

P142

1 ① 円周角の定理により，∠APB＝∠ACB

② AP の延長と円の交点を Q とすると，
∠AQB＝∠ACB　△PBQ の外角だから，
∠APB＝∠AQB＋∠PBQ＞∠AQB
よって，∠APB＞∠ACB

③ AP と円の交点を Q とすると，
∠AQB＝∠ACB
△PBQ の外角だから，
∠AQB＝∠APB＋∠PBQ
よって，∠APB＜∠AQB
すなわち，∠APB＜∠ACB

①，②，③より，∠APB＝∠ACB となるのは，点 P が円周上にある場合に限られる。
よって，円周角の定理の逆が成り立つ。

---

2 (1) △PCDで，∠ACD＝180°－(80°＋75°)＝25°　よって，2 点 B，C は直線 AD について同じ側にあり，∠ABD＝∠ACD だから，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。
(∠BAC＝∠BDC を示してもよい。)

(2) △APC の内角と外角の関係から，
∠ACB＝75°－38°＝37°　よって，2 点 C，D は直線 AB について同じ側にあり，
∠ACB＝∠ADB だから，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。
(∠CAD＝∠CBD を示してもよい。)

---

3 (1) ∠x＝40°　　(2) ∠x＝50°

解説

(1) ∠EBD＝∠ECD より，4 点 B，C，D，E は 1 つの円周上にある。△BCE において，∠DBC＝180°－(70°＋50°＋20°)＝40°，円周角の定理より，∠x＝∠DBC＝40°

(2) ∠BEC＝∠BDC＝90° より，4 点 B，C，D，E は 1 つの円周上にあり，点 M は円の中心である。△ABD において，∠ABD＝180°－(90°＋65°)＝25°　$\overset{\frown}{DE}$において，円周角の定理より，∠x＝2∠ABD＝50°

---

4 AB は円の直径だから∠ACB＝90°，∠ADB＝90°　よって，∠ECF＝180°－90°＝90°，∠EDF＝180°－90°＝90°，2 点 C，D は直線 EF について同じ側にあり，∠ECF＝∠EDF だから，4 点 C，E，F，D は 1 つの円周上にある。

P143

5 (1) 線分 OB を直径とする半円の弧になる。
(2) 線分 AO を直径とする円をえがく。

解説

(1) ∠ACB＝90°，AC∥ODより，∠OPB＝∠ACB＝90°

(2) 中点連結定理より，MO∥PB　よって，∠AMO＝∠APB＝90°

---

6 四角形 ABCD は円に内接するから，∠B＋∠D＝180°，EF∥AD より，∠CFE＝∠D (同位角)　よって，∠B＋∠CFE＝180°，対角の和が 180° だから，四角形 EBCF は円に内接する。

---

7 △AED と△DFC において，仮定より，AE＝DF　四角形 ABCD は正方形だから，AD＝

DC，∠EAD＝∠FDC＝90°　よって，△AED≡△DFC(2組の辺とその間の角)　したがって，∠AED＝∠DFC　すなわち，∠AEP＝∠DFP
1つの外角が，その内角の対角に等しいから，四角形AEPFは円に内接する。

---

❽ 四角形BDPF，CDPEはそれぞれ円に内接するから，∠AFP＝∠BDP，∠AEP＝∠CDP
また，∠BDP＋∠CDP＝180°
よって，∠AFP＋∠AEP＝180°　対角の和が180°だから，四角形AFPEは円に内接する。

練成問題

P144

1　56°

解説
∠BDC＝∠BEC＝90°だから，4点B，C，D，Eは1つの円周上にあり，∠DMEは$\overset{\frown}{DE}$の中心角だから，∠DME＝∠DBE×2＝(90°－62°)×2＝56°

2　(1)　△ACDと△BCPにおいて，AC＝BC，CD＝CP，∠ACD＝∠BCP＝90°だから，△ACD≡△BCP(2組の辺とその間の角)
したがって，∠CAD＝∠CBP　すなわち，∠CAQ＝∠CBQだから，4点A，B，C，Qは1つの円周上にあり，∠AQB＝∠ACB＝90°
(2)　ABを直径とする円の弧ACをえがく。

3　(1)　△ACEと△DCBにおいて，AC＝DC，CE＝CB，∠ACE＝∠DCB＝120°だから，△ACE≡△DCB(2組の辺とその間の角)
したがって，∠CAE＝∠CDB，∠CEA＝∠CBD
すなわち，∠CAF＝∠CDF…①，∠CEF＝∠CBF…②
①より，4点A，C，F，Dは1つの円周上にあり，∠AFC＝∠ADC＝60°
②より，4点C，B，E，Fは1つの円周上にあり，∠CFB＝∠CEB＝60°
(2)　ABを弦とする円の弧ABをえがく。ただし，∠AFB＝120°である。

4　△ABDと△ACEにおいて，仮定より，∠ABD＝∠ACE…①
DEは円Oの接線だから，∠ADE＝∠ABD…②　①，②より，∠ADE＝∠ACE
よって，4点A，D，C，Eは1つの円周上にある。すなわち，四角形ADCEは円に内接するから，∠ADB＝∠AEC…③　①，③より，2組の角がそれぞれ等しいので，△ABD∽△ACE

5　AP∥DCより，∠PAQ＝∠ACD…①
DQ∥ABより，∠PDQ＝∠ABD…②
$\overset{\frown}{AD}$の円周角だから，∠ACD＝∠ABD…③
①，②，③より，∠PAQ＝∠PDQだから，4点A，P，Q，Dは1つの円周上にあり，∠AQP＝∠ADP…④　また，$\overset{\frown}{AB}$の円周角だから，∠ADP＝∠ACB…⑤　④，⑤より，∠AQP＝∠ACB　よって，同位角が等しいから，PQ∥BC

P145

6　62°

解説
四角形HPCQ，ABPQはそれぞれ円に内接するから，∠CHP＝∠CQP＝∠ABP＝90°－28°＝62°

7 $\angle BAC+\angle BDC=180^\circ$　対角の和が 180° だから，四角形 ABDC は円に内接する。このとき，$\angle BAD=\angle BCD=45^\circ$ だから，AD は $\angle BAC$ を 2 等分する。

8 $\angle ADE=\frac{1}{2}\angle ADB=\frac{1}{2}\times 90^\circ=45^\circ$ 同様に，$\angle ADF=45^\circ$ だから，$\angle EDF=90^\circ$
よって，$\angle EAF+\angle EDF=180^\circ$　対角の和が 180° だから，四角形 AEDF は円に内接する。

このとき，$\angle AEF=\angle ADF=45^\circ$，$\angle AFE=\angle ADE=45^\circ$ より，
$\angle AEF=\angle AFE$ だから，$AE=AF$

9 AC は直径だから，$\angle AEC=90^\circ$　よって，
$\angle EAC=90^\circ-\angle ACE$…①　また，$\angle BAC=90^\circ$ より，$\angle ABC=90^\circ-\angle ACE$…②
①，②より，$\angle EAC=\angle ABC$…③
$\overset{\frown}{EC}$ の円周角だから，
$\angle EFC=\angle EAC$…④
③，④より，$\angle EFC=\angle ABC$

1 つの外角が，その内角の対角に等しいから，四角形 BEFD は円に内接する。

10 AB をひく。PR は円 O の接線だから，
$\angle PAB=\angle QPR$（接弦定理）…①
同様に，$\angle QAB=\angle PQR$…②
①，②より，$\angle PAQ=\angle QPR+\angle PQR$
よって，$\angle PAQ+\angle PRQ=\angle QPR+\angle PQR+\angle PRQ=180^\circ$（$\triangle PQR$ の内角の和）　対角の和が 180° だから，四角形 APRQ は円に内接する。

11 EF をひく。$\angle AEP+\angle AFP=180^\circ$ より，四角形 AEPF は円に内接するから，$\angle AFE=\angle APE$（$\overset{\frown}{AE}$ の円周角）…①　$\angle PEB+\angle PDB=180^\circ$ より，四角形 BDPE は円に内接するから，
$\angle APE=\angle EBD$…②
①，②より，$\angle AFE=\angle EBD=\angle EBC$
1 つの外角が，その内角の対角と等しいから，四角形 BCFE は円に内接する。