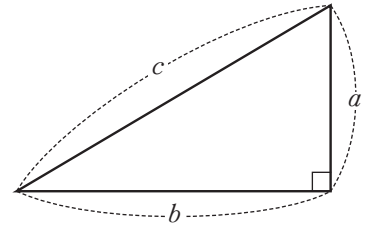


24 三平方の定理

ポイント1 三平方の定理

● 直角三角形において、直角をはさむ2辺の長さを、それぞれ a 、 b とし、斜辺の長さを c とするとき、 a 、 b 、 c の間に次の関係が成り立つ。

$$a^2 + b^2 = c^2$$

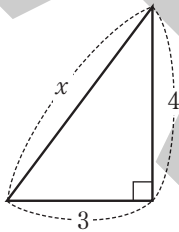


この関係を、三平方の定理、またはピタゴラスの定理という。

確認問題

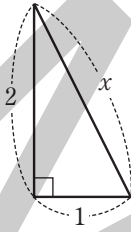
1 次の x の値を求めなさい。

□(1)
3



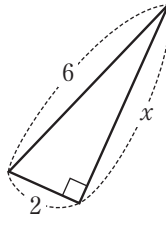
[$x =$]

□(2)
3



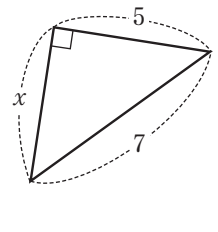
[$x =$]

□(3)
3



[$x =$]

□(4)
3



[$x =$]

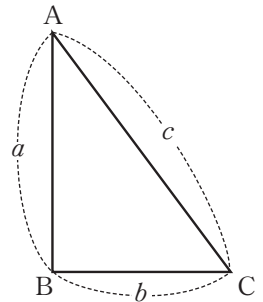
ポイント2 三平方の定理の逆

● $\triangle ABC$ で、 $AB = a$ 、 $BC = b$ 、 $CA = c$ とするとき、

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ ならば、} \angle ABC = 90^\circ \text{ (三平方の定理の逆)}$$

● $\triangle ABC$ で、 $AB = a$ 、 $BC = b$ 、 $CA = c$ ($c > a$ 、 $c > b$) とするとき、

- 1) $a^2 + b^2 > c^2 \iff \triangle ABC$ は鋭角三角形
- 2) $a^2 + b^2 = c^2 \iff \triangle ABC$ は直角三角形 ($\angle ABC = 90^\circ$)
- 3) $a^2 + b^2 < c^2 \iff \triangle ABC$ は鈍角三角形 ($90^\circ < \angle ABC < 180^\circ$)



確認問題

2 3辺の長さが、それぞれ次の数値のとき、㉠～㉧の三角形を、鋭角三角形、直角三角形、鈍角三角形の3種類に分類しなさい。

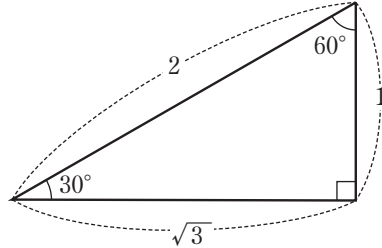
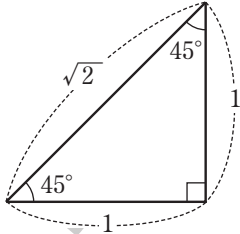
- | | | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|--------------------------------------|
| ㉠ 2, 3, 4 | ㉡ 3, 4, 5 | ㉢ 4, 5, 6 | 5 □① 鋭角三角形
[] |
| ㉣ 5, 12, 13 | ㉤ 3, $2\sqrt{7}$, 8 | ㉥ 4, $2\sqrt{6}$, 5 | 5 □② 直角三角形
[] |
| ㉦ 2, 5, $4\sqrt{2}$ | ㉧ 1, $2\sqrt{2}$, 3 | ㉨ 2, $\sqrt{6}$, 3 | 5 □③ 鈍角三角形
[] |

ポイント3 特別な三角形の辺の比

● 三角定規に使われている三角形の3つの辺の比

1) 直角二等辺三角形 (正方形の2等分)

2) 60°の角を持つ直角三角形 (正三角形の2等分)



確認問題

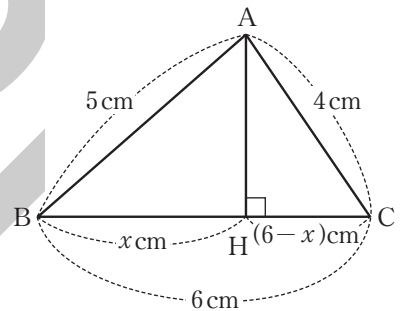
3 次の問いに答えなさい。

- 4 □(1) 斜辺の長さが4 cmの直角二等辺三角形がある。この三角形の等しい2つの辺の長さは何cmか。
 [cm]
- 6 □(2) 1辺の長さが6 cmの正三角形の面積を求めなさい。
 [cm²]

ポイント4 三平方の定理の三角形への利用

● 3辺の長さが4 cm, 5 cm, 6 cmの三角形の面積

- i) $BH = x$ cm とする → $CH = (6 - x)$ cm
 ii) $\triangle ABH$ で、 $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 5^2 - x^2$
 $\triangle ACH$ で、 $AH^2 = AC^2 - CH^2 = 4^2 - (6 - x)^2$
 iii) $5^2 - x^2 = 4^2 - (6 - x)^2$ → $x = \frac{15}{4}$
 iv) $AH = \sqrt{5^2 - \left(\frac{15}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4}$ (cm)
 v) $\triangle ABC = BC \times AH \times \frac{1}{2} = 6 \times \frac{5\sqrt{7}}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{15\sqrt{7}}{4}$ (cm²)

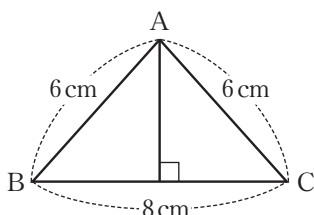


確認問題

4 次の△ABCの面積を求めなさい。

□(1)

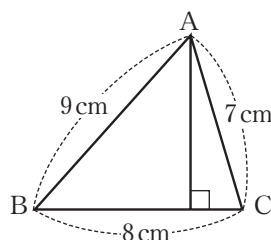
6



[cm²]

□(2)

7



[cm²]

ポイント5 座標平面上の2点間の距離

● 2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 間の距離

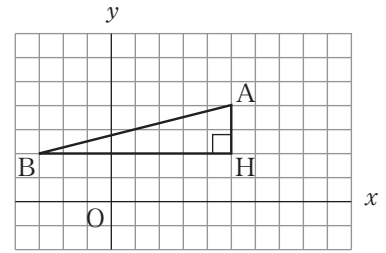
⇒ $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

① 2点 $A(5, 4)$, $B(-3, 2)$ 間の距離

i) $BH = 5 - (-3) = 8$

$AH = 4 - 2 = 2$

ii) $AB^2 = 8^2 + 2^2 = 68 \rightarrow AB = 2\sqrt{17}$ cm



確認問題

5 右の図を利用して、次の2点間の距離を求めなさい。

□(1) $(0, 0)$, $(3, 3)$

6

[]

□(2) $(2, 1)$, $(4, 5)$

6

[]

□(3) $(2, 4)$, $(-2, 1)$

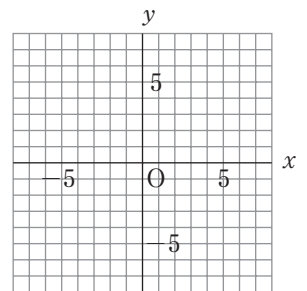
6

[]

□(4) $(-6, -4)$, $(3, -7)$

6

[]



ポイント6 三平方の定理の円への利用(1)

● 半径 r の円の中心から d 離れた弦の長さ l

⇒ $l = 2\sqrt{r^2 - d^2}$

① 半径 6 cmの円の中心 O から 4 cm離れた弦 AB の長さ

i) O から AB へ垂線 OH を下ろす → $OH = 4$ cm

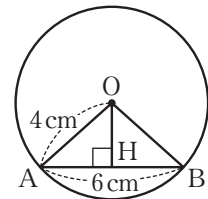
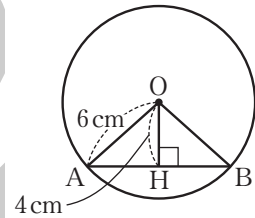
ii) $AH^2 = OA^2 - OH^2$ より, $AH = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$ (cm)

iii) $AB = 2AH = 4\sqrt{5}$ cm

② 半径 4 cmの円 O における 6 cmの弦 AB の O からの距離

i) O から AB へ垂線 OH を下ろす

ii) $OH^2 = OA^2 - \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 \rightarrow OH = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$ (cm)



確認問題

6 次の問いに答えなさい。

5 □(1) 半径 5 cmの円がある。この円の中心から 3 cm離れた弦の長さは何cmか。

[] cm

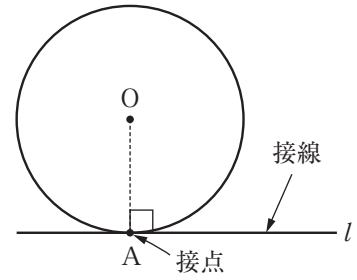
6 □(2) 半径 13 cmの円がある。この円の周上に 2点 A , B をとったところ、 AB 間の距離が 24 cmになった。このとき、円の中心と線分 AB との距離は何cmか。

[] cm

ポイント7 三平方の定理の円への利用(2)

● 接線と接点

- 1) 直線と円がただ1点を共有するとき、この直線と円は接する
といい、この直線をその円の接線という。
- 2) 直線と円が接するとき、その共有点を接点という。



● 接線に関する定理

- 1) 接線は、接点を通る円の半径に垂直である。
- 2) 円外の1点からその円に引いた2本の接線の長さは等しい。

(証明) 円O外の1点Pからその円に引いた2本の接線をPA, PBとする。

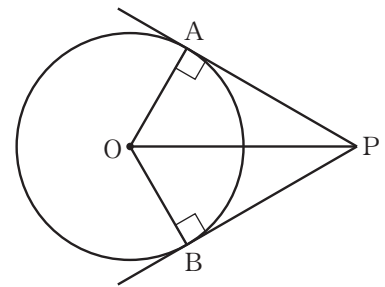
$\triangle OAP$ と $\triangle OBP$ において

$OA=OB$ (半径), $OP=OP$ (共通)

$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$

斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので、

$\triangle OAP \equiv \triangle OBP$, よって, $PA=PB$

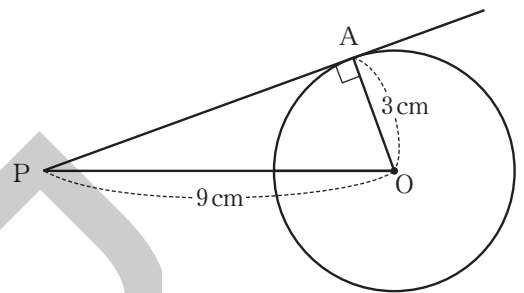


● 半径rの円Oの中心からd離れた点Pから円Oへ引いた接線の長さl $\Rightarrow l = \sqrt{d^2 - r^2}$

- ① 半径3cmの円Oの中心Oから9cm離れた点Pから、
円Oへ引いた接線APの長さ

i) $\triangle APO$ は $\angle A=90^\circ$ の直角三角形

ii) $PA^2 = PO^2 - AO^2 \rightarrow PA = \sqrt{9^2 - 3^2}$
 $= 6\sqrt{2}$ (cm)

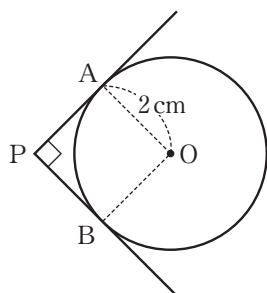


確認問題

7 PA, PBが円Oの接線るとき、次の値を求めなさい。

□(1)

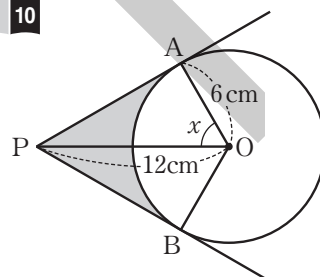
6




- ① PAの長さ
[] cm
- ② POの長さ
[] cm

□(2)

10



- ① PAの長さ
[] cm
- ② $\angle x$ の大きさ
[] 度
- ③  の面積
[] cm^2

練習問題

1 次の問いに答えなさい。

(☞ポイント 1~3)

3 □(1) 直角をはさむ2辺の長さが4 cm, 6 cmである直角三角形の斜辺の長さを求めなさい。
[cm]

3 □(2) 1辺の長さが8 cmの正方形の対角線の長さを求めなさい。
[cm]

3 □(3) 横が12cm, 対角線が13cmの長方形の面積を求めなさい。
[cm²]

5 □(4) 次のア~ウのような3辺を持つ三角形うち, 直角三角形であるものを○で囲みなさい。

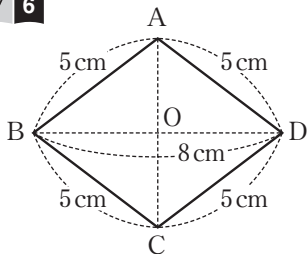
ア 7 cm, 8 cm, 9 cm イ $\sqrt{5}$ cm, 2 cm, 3 cm ウ $\sqrt{3}$ cm, 2 cm, $\sqrt{5}$ cm

6 □(5) 1辺の長さが10cmの正三角形の面積を求めなさい。
[cm²]

2 次の図形の面積を求めなさい。

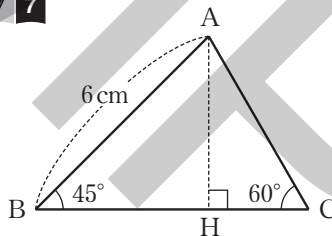
(☞ポイント4)

□(1)
6



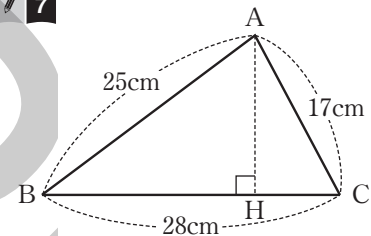
[cm²]

□(2)
7



[cm²]

□(3)
7



[cm²]

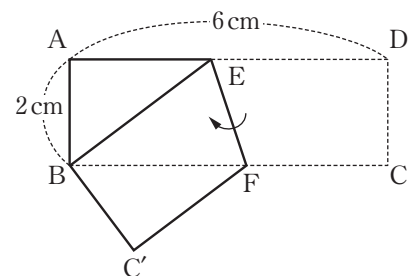
3 右の図のような, AB=2 cm, AD=6 cmの長方形ABCDを, 頂点Dが頂点Bの位置にくるように折り曲げるとき, 折り目となる線分を, 図のようにEFとする。このとき次の問いに答えなさい。

(☞ポイント 1)

4 □(1) AE = x cmとすると, BEの長さをxで表しなさい。
[cm]

5 □(2) △ABEで, 三平方の定理を用いてxについての方程式を立て, xの値を求めなさい。

(式)



[x =]

- 4** 右の図のように、3点A, B, Cの座標がA(4, 1), B(0, -3), C(-6, 3)であるとき、次の問いに答えなさい。ただし、座標軸の一目もりを1cmとする。(☞ポイント5)

6 6 1) AB, BC, CAの長さをそれぞれ求めなさい。

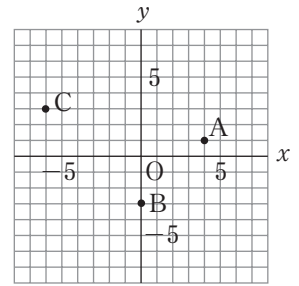
[AB= cm, BC= cm, CA= cm]

6 6 2) $\triangle ABC$ はどんな三角形であるかをいいなさい。

[]

6 6 3) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

[cm²]



5 次の問いに答えなさい。

(☞ポイント6, 7)

6 6 1) 下の図1のように、ある円の中心から5cmの距離にある弦の長さが24cmであるとき、この円の半径を求めなさい。

[cm]

6 6 2) 下の図2のように、半径4cmの円O外の点Aから、この円にひいた1つの接線と円の接点をBとする。OA=8cmのとき、接線ABの長さを求めなさい。

[cm]

図1

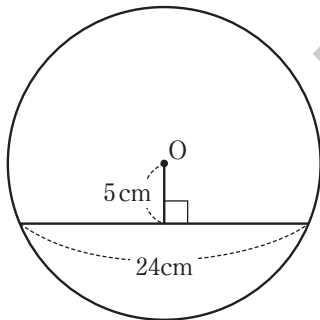
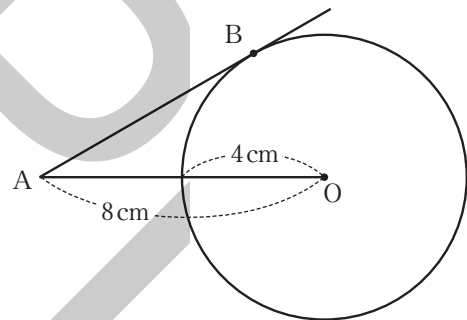
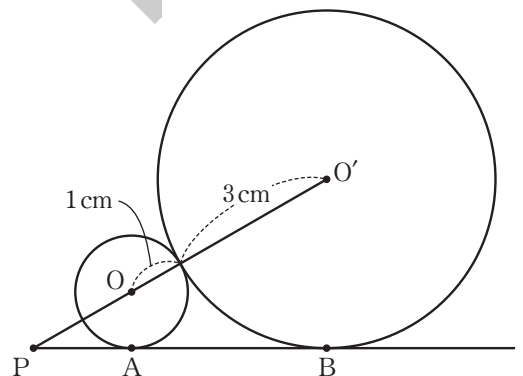


図2



6 右の図のように、接する2つの円O, O'が1つの直線と2点A, Bでそれぞれ接している。この直線と中心を結ぶ直線OO'との交点をPとする。円O, O'の半径をそれぞれ1cm, 3cmとすると、PAの長さを求めなさい。(☞ポイント7)



8 8 [cm]