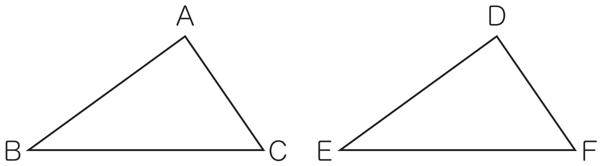
6-1 合同と証明の基礎

例題 21

右の図の△ABCと△DEFが合同であるためには，どのようなことが言えればよいか，調べてみましょう。



POINT

図形の合同…移動によって，ぴったりと重ね合わせることができる図形を，互いに合同であるという。
△ABCと△DEFが合同であることを，記号≡をつかって，△ABC≡△DEFと表す。

三角形の合同条件…① 3組の辺がそれぞれ等しい。
② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

CHECK 空所をうめよう

次のうちのいずれかのとき，三角形の形や大きさは1つに決まります。
① 3つの辺の長さがすべてわかっている。
② 2つの辺の長さと，その間の角の大きさがわかっている。
③ 1つの辺の長さと，その両端の角の大きさがわかっている。
したがって，△ABC≡△DEFであるためには，たとえば，次の3つの条件

❶ ［　　］＝［　　］，［　　］＝［　　］，［　　］＝［　　］

❷ ［　　］＝［　　］，［　　］＝［　　］，∠ABC＝∠DEF

❸ ［　　］＝［　　］，∠ABC＝∠DEF，∠ACB＝∠DFE

のうちのいずれか1つが言えればよいことがわかります。

例題 22

次の文の仮定と結論を答えましょう。
直線ℓ，mに直線nが交わってできる錯角が等しいならば，直線ℓとmは平行である。

POINT

「○○○ならば□□□である。」という形で述べたことがらの○○○の部分を仮定，□□□の部分を結論という。証明とは，仮定から出発し，正しいと認められたことがらを根拠にして結論を導くことである。

CHECK 空所をうめよう

「○○○ならば□□□である。」という形で述べたことがらの，

○○○の部分を［　　］，□□□の部分を［　　］といいます。

「直線ℓ，mに直線nが交わってできる錯角が等しいならば，直線ℓとmは平行である。」

の仮定は，［　　　　　　　　］，

結論は，［　　　　　　　　］です。

仮定から出発し，正しいと認められたことがらを根拠にして，結論を導くことを

［　　］といいます。

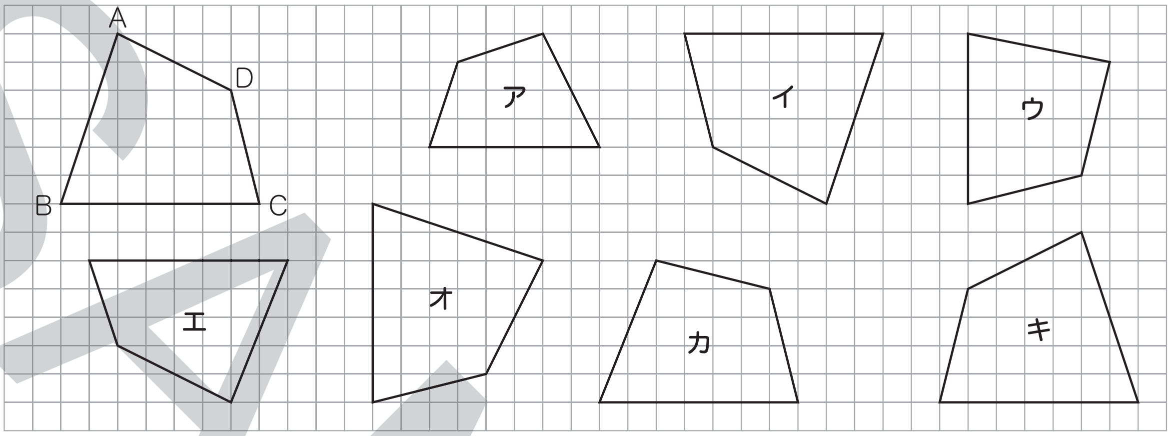
学習の内容

2つの三角形が合同であるための条件を学習します。

三角形の内角の和や，平行線の性質など，これまで学習した図形の性質を整理しておきましょう。

Q21 練習しよう

□(1)　下の四角形ABCDと合同な四角形を，**ア～キ**からすべて選び，記号で答えましょう。



〔　　　　　　　　　　〕

□(2)　三角形の合同条件を3つ書きましょう。

〔　　　　　　　　　　〕

〔　　　　　　　　　　〕

〔　　　　　　　　　　〕

Q22 練習しよう

□(1)　次のことがらの仮定と結論を書きましょう。

□①　ある整数が4の倍数ならば，その整数は2の倍数である。

仮定〔　　　　　　　　　　〕

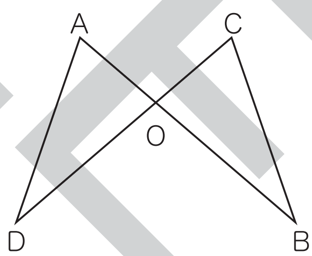
結論〔　　　　　　　　　　〕

□②　式$y=3x$で表される2つの数量x，yがあるとき，yはxに比例する。

仮定〔　　　　　　　　　　〕

結論〔　　　　　　　　　　〕

□(2)　線分ABとCDが点Oで交わり，AO＝CO，DO＝BOならば，△ADO≡△CBOです。



□①　上の文の仮定と結論を，それぞれ記号を使って答えましょう。

仮定〔　　　　　　　　　　〕

結論〔　　　　　　　　　　〕

□②　結論は，三角形の合同条件が成り立つことから導きます。どの合同条件が成り立つと言えますか。

〔　　　　　　　　　　〕

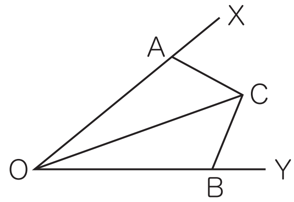
□③　②の合同条件が成り立つことを言うためには，①の仮定に加えて，何が等しいことを述べればよいですか。そうなると言える根拠もあわせて答えましょう。

〔　　　　　　　　　　〕　根拠〔　　　　　　　　　　〕

6-2 合同の証明

例題 23

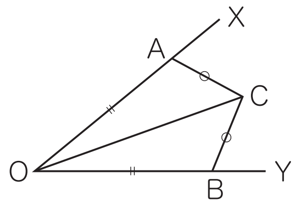
右の図のように，∠XOYの辺OX，OY上に，OA＝OBとなる点A，Bをとります。次に，AC＝BCとなる点Cをとると，半直線OCは∠XOYの二等分線になることを証明しましょう。



POINT　合同な2つの図形…対応する辺や線分の長さ，角の大きさはそれぞれ等しい。
図形の合同を証明することによって，線分の長さや角の大きさが等しいことを証明することができる。

CHECK 空所をうめよう

等しい部分に同じ印をつけると，右の図のようになります。



［仮定］　□＝□，□＝□

［結論］　□＝□

［証明］　□と□において

仮定より，OA＝OB，AC＝BC　　また，共通な辺だから，OC＝OC

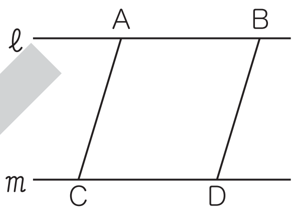
□がそれぞれ等しいので，△AOC≡△BOC

合同な図形の対応する角は等しいので，∠AOC＝∠BOC

よって，半直線OCは，∠XOYの二等分線になる。

例題 24

直線ℓ上に2点A，B，直線m上に2点C，Dを，AB＝CDとなるように，右の図のような位置関係にとります。このとき，$\ell /\!/ m$であれば，AC // BDであることを証明しましょう。



POINT　平行であるための条件…次のいずれかが成り立つとき，2直線は平行である。
①　同位角が等しい。　　②　錯角が等しい。

CHECK 空所をうめよう

［仮定］　$\ell /\!/ m$，AB＝CD

［結論］　AC // BD

［証明］　2点B，Cをむすぶ。

△ACBと△DBCにおいて

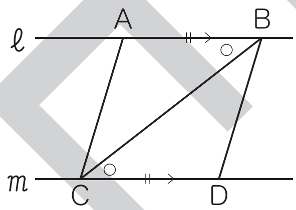
仮定より，AB＝DC　　共通な辺だから，CB＝BC

平行線の□は等しいから，□＝□

□がそれぞれ等しいので，△ACB≡△DBC

合同な図形の対応する角は等しいので，∠ACB＝∠DBC

2直線AC，BDに直線BCが交わってできる錯角が等しいので，AC // BD

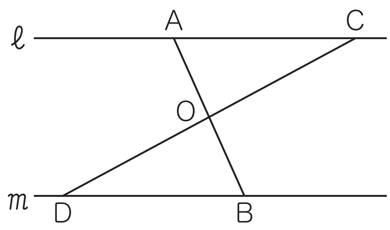


学習の内容

三角形の合同を利用した図形の性質の証明方法を学習します。
正しい証明の書き方をしっかり身につけましょう。

Q23 練習しよう

● 直線ℓ上に点Aをとり，ℓと平行な直線m上に点Bをとります。線分ABの中点をOとし，点Oを通る直線と，直線ℓ，mとの交点をそれぞれC，Dとします。このとき，AC＝BDとなることを証明します。



□(1) 仮定と結論を，それぞれ記号を使って書きましょう。

仮定〔　　　　　　　　　　　　〕

結論〔　　　　　　　　　　　　〕

□(2) 結論をいうときには，どの三角形とどの三角形の合同をいえばよいですか。

〔　　　　　　　　　　　　〕

□(3) 三角形の合同をいうときに，角の大きさについての２つの性質を用います。それはどのような性質ですか。それぞれ答えましょう。

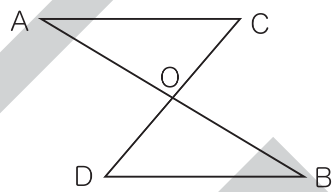
〔　　　　　　　　　　　　〕〔　　　　　　　　　　　　〕

□(4) 証明を書きましょう。

〔　　　　　　　　　　　　〕

Q24 練習しよう

● 線分ABと線分CDが，それぞれの中点Oで交わっています。このとき，直線ACとBDが平行になることを証明します。



□(1) 仮定と結論を，それぞれ記号を使って書きましょう。

仮定〔　　　　　　　　　　　　〕

結論〔　　　　　　　　　　　　〕

□(2) 結論をいうときには，どの三角形とどの三角形の合同をいえばよいですか。

〔　　　　　　　　　　　　〕

□(3) 三角形の合同から結論を導くには，２直線が平行であるための条件を用います。どのような条件か，答えましょう。

〔　　　　　　　　　　　　〕

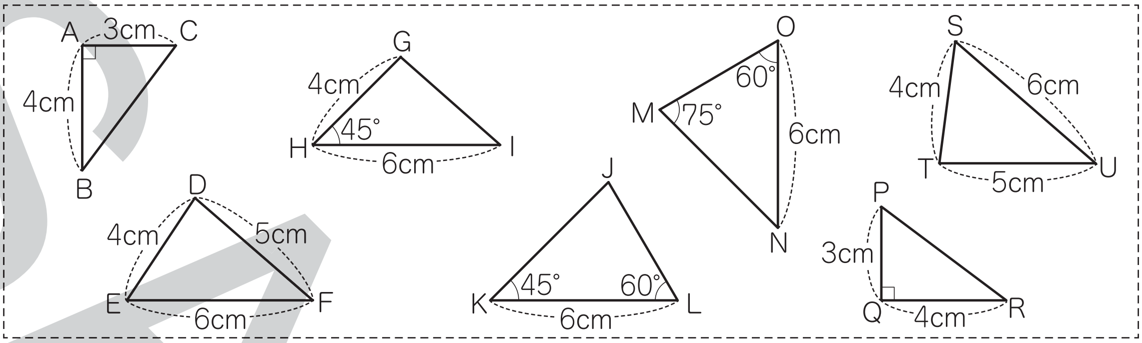
□(4) 証明を書きましょう。

〔　　　　　　　　　　　　〕

6-1 6-2 合同と証明の基礎 合同の証明

6-1. 次の問いに答えなさい。

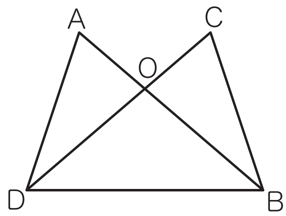
□(1) 次の図で，合同な２つの三角形の組を３組選び，合同であることを記号で表しなさい。また，合同条件も答えなさい。



〔　　　　〕　〔　　　　〕　〔　　　　〕

合同条件（　　　　）（　　　　）（　　　　）

□(2) 右の図のように，線分ABとCDが点Oで交わっています。
AD＝CB，∠ADB＝∠CBDのとき，△ADBと△CBDは合同になります。



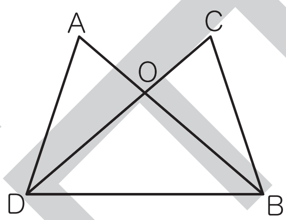
□① 上の文の仮定と結論を，それぞれ記号を使って答えなさい。

仮定〔　　　　〕
結論〔　　　　〕

□② ①の結論は，三角形の合同条件のうち，どれが成り立っていることから導けますか。その合同条件を答えなさい。

〔　　　　〕

6-2. 上の6-1の(2)を，次のように証明しました。
□ にあてはまる記号や語句を書きなさい。



〔証明〕 △□と△□において，

仮定より，□＝□

□＝□

□な辺だから，□＝□

よって，□がそれぞれ等しいので，

□