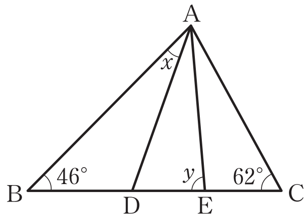
5　平行と合同

ポイント ❶　三角形の角

例題　右の図の△ABCで，D，Eは∠BACを三等分する半直線と辺BCとの交点である。∠x，∠yの大きさを求めなさい。



解法　△ABCの内角の和で，

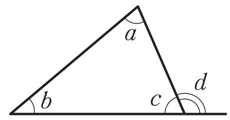
∠BAC＝180°－(46°＋62°)＝72°

AD，AEは∠BACを三等分するから，∠x＝72°÷3＝24°

∠yは△AECの外角で，∠EAC＝∠x＝24° だから，

∠y＝24°＋62°＝86°

● 三角形の内角と外角

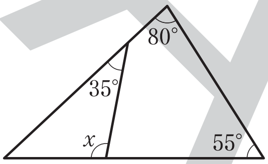


∠a＋∠b＋∠c＝180°

∠a＋∠b＝∠d

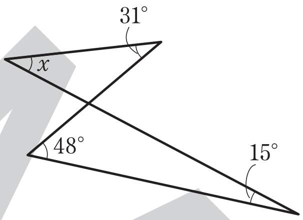
確認問題 1　次の図で，∠xの大きさを求めなさい。

□(1)



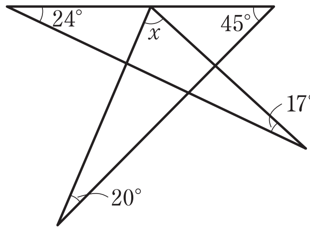
〔　　　　〕

□(2)



〔　　　　〕

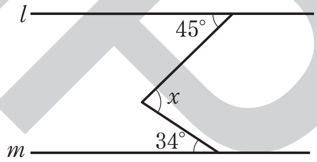
□(3)



〔　　　　〕

ポイント ❷　平行線と角

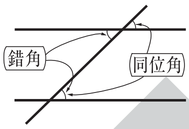
例題　右の図で，l∥mのとき，∠xの大きさを求めなさい。



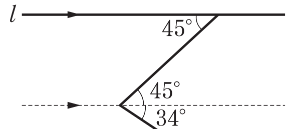
● 平行線と角

2直線が平行

⇄ { 同位角は等しい。
錯角は等しい。

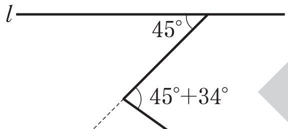


解法　①　l，mに平行な直線をひく。



∠x＝45°＋34°＝79°

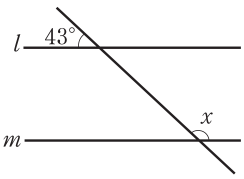
②　三角形の外角を利用する。



∠x＝45°＋34°＝79°

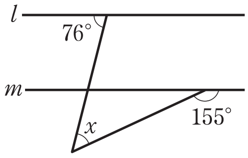
確認問題 2　次の図で，l∥mのとき，∠xの大きさを求めなさい。

□(1)



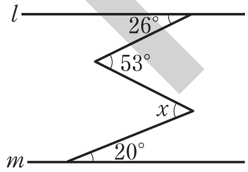
〔　　　　〕

□(2)



〔　　　　〕

□(3)



〔　　　　〕

SAMPLE

ポイント 3　多角形の角

例題　次の問いに答えなさい。

(1)　六角形の内角の和を求めなさい。

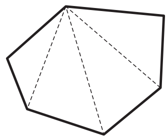
(2)　1つの内角の大きさが150°である正多角形は，正何角形か。

解法　(1)　n角形の内角の和は，$180°\times(n-2)$

$n=6$だから，$180°\times(6-2)=720°$

(2)　1つの外角の大きさは，$180°-150°=30°$

外角の和は360°で，n角形の外角の数はn個だから，$n=360°\div30°=12$→正十二角形



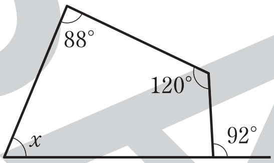
● 多角形の内角と外角

①　n角形の内角の和
→$180°\times(n-2)$

②　n角形の外角の和
→360°

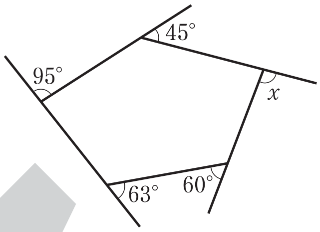
確認問題 3　次の図で，$\angle x$の大きさを求めなさい。

□(1)



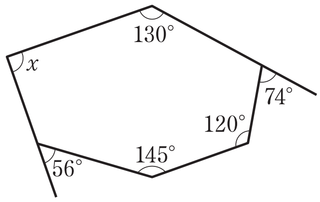
〔　　　　　〕

□(2)



〔　　　　　〕

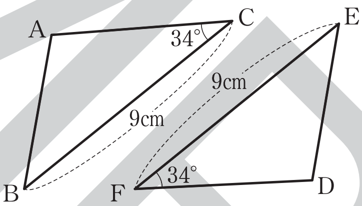
□(3)



〔　　　　　〕

ポイント 4　三角形の合同条件

例題　右の図のような△ABCと△DEFがある。さらにどの辺や角が等しければ，△ABC≡△DEFであるといえるか。



解法　AC＝DFを加えると，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しくなる。また，∠B＝∠Eを加えると，1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しくなる。→ AC＝DFまたは∠B＝∠Eを加える。

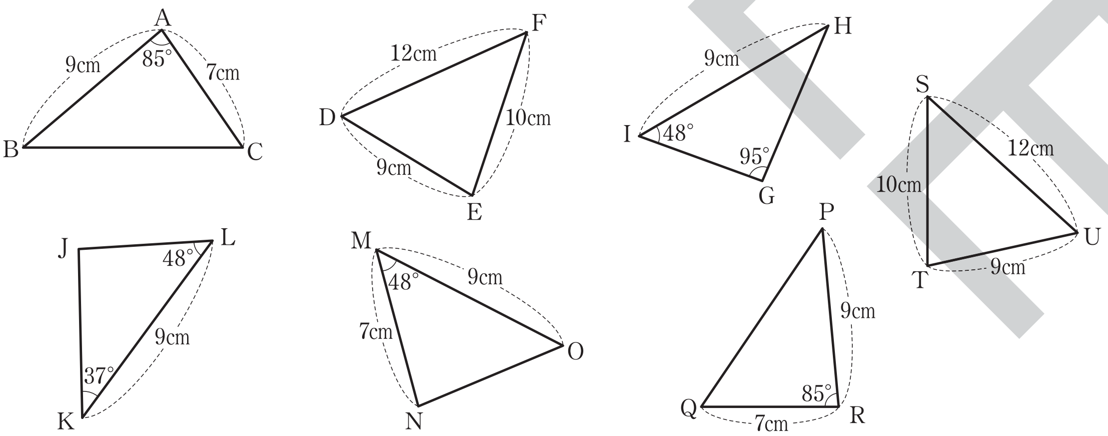
● 三角形の合同条件

①　3組の辺がそれぞれ等しい。

②　2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

③　1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

確認問題 4　次の図のような三角形がある。どれとどれが合同か式で表し，その合同条件を書きなさい。



□〔　　　　　　　　〕…〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

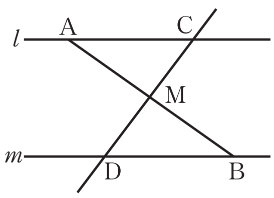
□〔　　　　　　　　〕…〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

□〔　　　　　　　　〕…〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

SAMPLE

ポイント 5　三角形の合同条件を用いた証明

例題　**右の図の２直線 l，m は平行で，線分ABの中点をMとする。Mを通る直線が l，m と交わる点をそれぞれC，Dとするとき，AC＝BDであることを証明しなさい。**



解法　△AMC≡△BMDであることをいう。

［証明］　△AMCと△BMDにおいて，

仮定より，AM＝BM……①

対頂角は等しいから，∠AMC＝∠BMD……②

l ∥ m より，錯角は等しいから，∠CAM＝∠DBM……③

①，②，③より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，△AMC≡△BMD

よって，AC＝BD

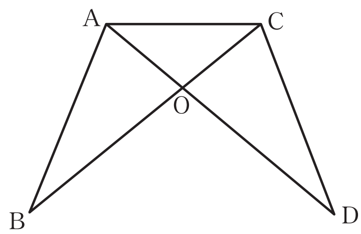
＊証明とは，「仮定から出発し，すでに正しいと認められたことがらを根拠に使って結論を導く」こと。

● **証明の根拠**

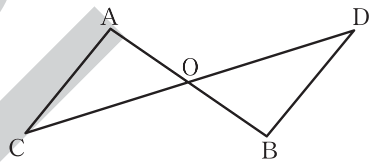
・対頂角の性質
・平行線の性質
・三角形の角の性質
・合同な図形の性質
・三角形の合同条件　など

確認問題 5　次の問いに答えなさい。

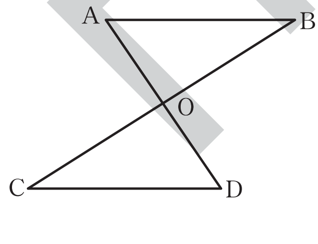
□(1)　右の図で，AB＝CD，AD＝CBならば，∠ABC＝∠CDAであることを証明しなさい。



□(2)　右の図で，点Oが線分AB，CDの中点ならば，AC＝BDであることを証明しなさい。



□(3)　右の図で，ABとCDが平行で長さが等しいとき，AO＝DOであることを証明しなさい。

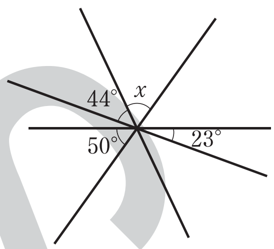


SAMPLE

練成問題

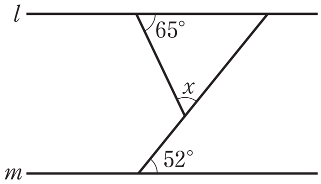
1 次の図で，∠xの大きさを求めなさい。ただし，(2)〜(6)では，$l \mathbin{/\!/} m$である。

□(1)



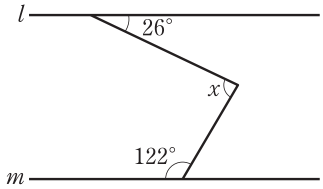
〔　　　　〕

□(2)



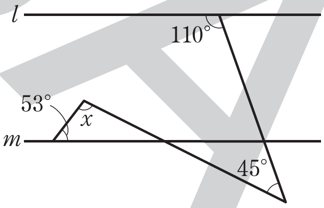
〔　　　　〕

□(3)



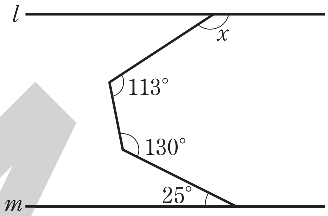
〔　　　　〕

□(4)



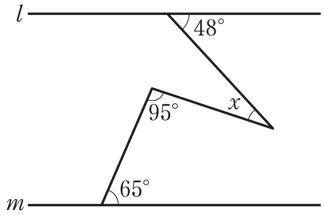
〔　　　　〕

□(5)



〔　　　　〕

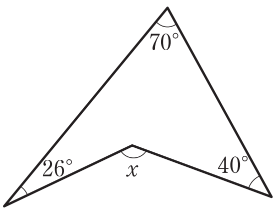
□(6)



〔　　　　〕

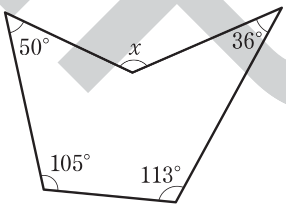
2 次の図で，∠xの大きさを求めなさい。ただし，(5)(6)の同じ印のついた角の大きさは等しいものとする。

□(1)



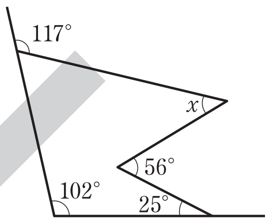
〔　　　　〕

□(2)



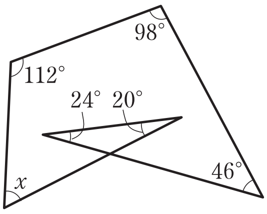
〔　　　　〕

□(3)



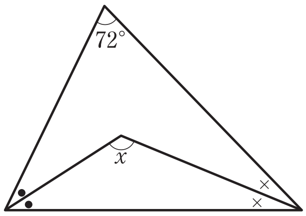
〔　　　　〕

□(4)



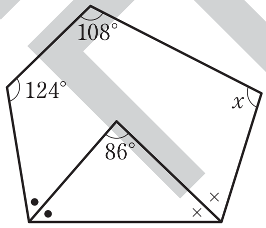
〔　　　　〕

□(5)



〔　　　　〕

□(6)



〔　　　　〕

SAMPLE

3 次の問いに答えなさい。

□(1)　内角の和が1260°である多角形は何角形か。

〔　　　　　〕

□(2)　正十五角形の1つの外角の大きさと1つの内角の大きさを求めなさい。

外角〔　　　　　〕，内角〔　　　　　〕

□(3)　1つの内角の大きさが144°である正多角形の内角の和を求めなさい。

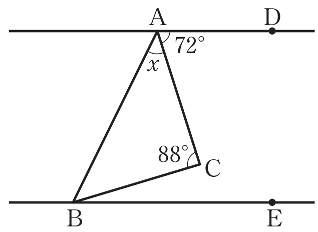
〔　　　　　〕

□(4)　1つの頂点から15本の対角線がひける正多角形の1つの内角の大きさを求めなさい。

〔　　　　　〕

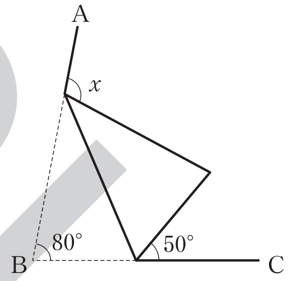
4 次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図で，AD∥BE，∠ABC＝3∠CBEである。∠DAC＝72°，∠ACB＝88°のとき，∠xの大きさを求めなさい。



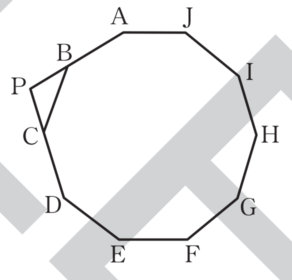
〔　　　　　〕

□(2)　∠ABC＝80°の紙を右の図のように折り返したとき，∠xの大きさを求めなさい。



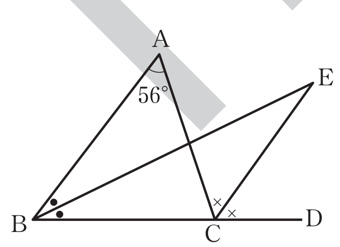
〔　　　　　〕

□(3)　右の図のように，正十角形ABCDEFGHIJの辺ABの延長と辺DCの延長の交点をPとしたとき，∠BPCの大きさを求めなさい。



〔　　　　　〕

□(4)　右の図のように，△ABCの辺BCの延長上に点Dをとり，∠Bおよび∠ACDの二等分線の交点をEとする。∠A＝56°のとき，∠BECの大きさを求めなさい。



〔　　　　　〕

SAMPLE

5 次のような三角形はすべて合同であるといえるか。いえるものには○，いえないものには×をつけなさい。

□(1)　1辺の長さが8cmの正三角形

〔　　　　　〕

□(2)　2つの内角が40°と80°の三角形

〔　　　　　〕

□(3)　1つの辺の長さが6cmで，2つの角の大きさが35°と70°の三角形

〔　　　　　〕

□(4)　直角をはさむ2辺の長さが7cmの直角二等辺三角形

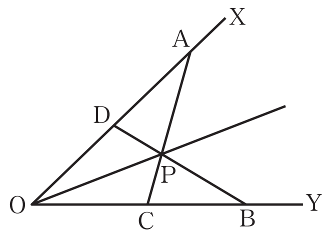
〔　　　　　〕

□(5)　等しい辺の長さが5cmの二等辺三角形

〔　　　　　〕

6 次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図のように，∠XOYの辺OX，OY上に，OA＝OBとなるように，それぞれ点A，Bをとる。∠XOYの二等分線上に点Pをとり，PとA，PとBを通る直線が，辺OY，OXと交わる点をそれぞれC，Dとする。このとき，AC＝BDであることを次の順に証明しなさい。



□①　△OAP≡△OBPであることを証明しなさい。

〔　　　　　〕

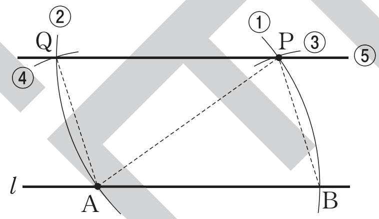
□②　△AOC≡△BODであることを証明し，結論を導きなさい。

〔　　　　　〕

□(2)　右の図は，直線 l 上にない点Pがあたえられているとき，Pを通り l に平行な直線をひく方法を示したものである。その作図の順序を①，②，③，④，⑤で表しており，

AP＝AB＝PQ，BP＝AQ

である。この作図で，PQ∥ l となることを証明しなさい。



〔　　　　　〕

SAMPLE