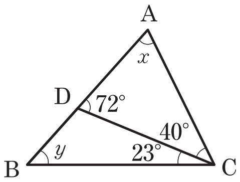
# 5　図形の基本性質

## ポイント❶　三角形の角

例題　**右の図で，$\angle x$，$\angle y$の大きさを求めなさい。**




解法　△ADCで，内角の和は180°だから，

$\angle x = 180° - (72° + 40°) = 68°$

$\angle$ADCは△DBCの外角だから，

$72° = \angle y + 23°$ → $\angle y = 72° - 23° = 49°$

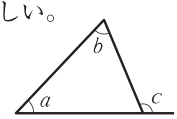
● **三角形の角**

① 内角の和は180°である。

② 外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しい。

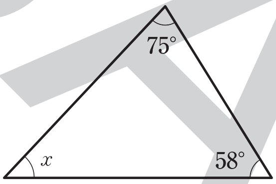
→ 右の図で，

$\angle a + \angle b = \angle c$



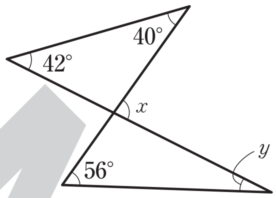

**確認問題 1**　次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

□(1)



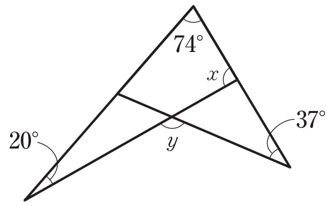

$\angle x$〔　　　　〕

□(2)




$\angle x$〔　　　　〕
$\angle y$〔　　　　〕

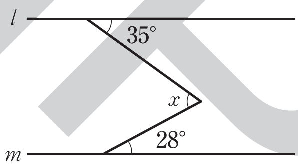
□(3)



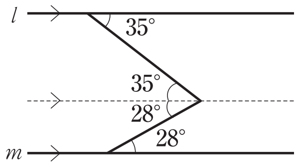

$\angle x$〔　　　　〕
$\angle y$〔　　　　〕

## ポイント❷　平行線と角

例題　**右の図で，$l /\!/ m$のとき，$\angle x$の大きさを求めなさい。**

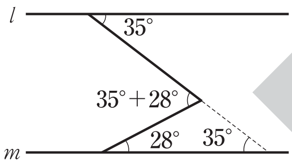



解法　① $l$に平行な直線をひく




$\angle x = 35° + 28° = 63°$

② 三角形の外角を利用



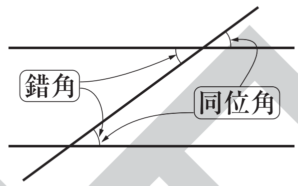

$\angle x = 35° + 28° = 63°$

● **対頂角**　対頂角は等しい。

● **平行線と角**

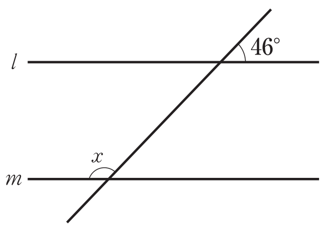
**2直線が平行**

⇄ { **同位角が等しい。**
　　**錯角が等しい。**



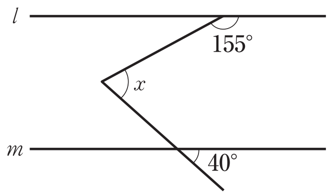

**確認問題 2**　次の図で，$l /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

□(1)



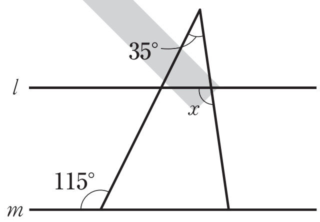

〔　　　　〕

□(2)




〔　　　　〕

□(3)



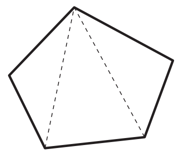

〔　　　　〕

## ポイント 3　多角形の角

例題　次の問いに答えなさい。

(1)　五角形の内角の和を求めなさい。

(2)　正五角形の1つの内角の大きさを求めなさい。



● $n$角形の内角と外角

①　$n$角形の内角の和
→ $180°\times(n-2)$

②　$n$角形の外角の和
→ $360°$

解法　(1)　$180°\times(n-2)$の式で，$n=5$とおくと，

$180°\times(5-2)=540°$

(2)　正五角形の内角の数は5個で，すべて等しいから，

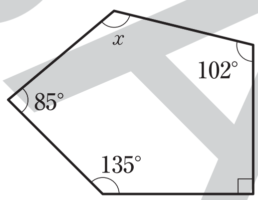
(1)より，$540°\div5=108°$

〔別解〕　外角の和は360°だから，1つの外角の大きさは，$360°\div5=72°$

よって，1つの内角の大きさは，$180°-72°=108°$

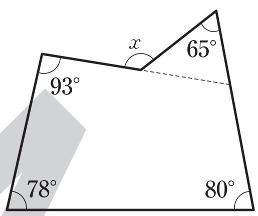
### 確認問題 3　次の図で，∠$x$の大きさを求めなさい。

□(1)



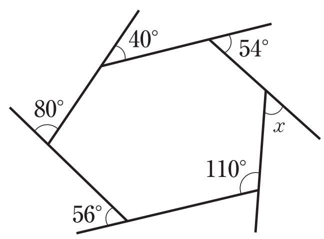

〔　　　　〕

□(2)




〔　　　　〕

□(3)



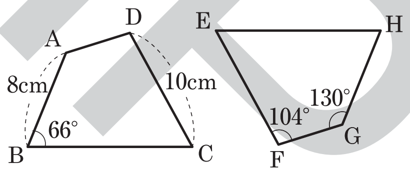

〔　　　　〕

## ポイント 4　合同な図形

例題　右の図で，四角形ABCD≡四角形GHEFであるとき，次の問いに答えなさい。

(1)　辺EFの長さを求めなさい。

(2)　∠Eの大きさを求めなさい。




● 合同な図形の性質

①　対応する辺は等しい。

②　対応する角は等しい。

解法　(1)　辺EFに対応する辺は辺CDであるから，EF＝10cm

(2)　∠Hに対応する角は∠Bであるから，∠H＝66°

四角形GHEFの内角の和より，∠E＋104°＋130°＋66°＝360°　→　∠E＝60°

### 確認問題 4　右の図の2つの四角形は合同である。これについて次の問いに答えなさい。

□(1)　2つの四角形が合同であることを，記号を使って表しなさい。

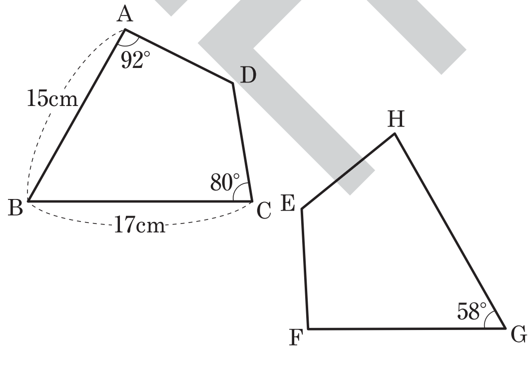
〔　　　　　　　　〕

□(2)　辺FGの長さを求めなさい。

〔　　　　〕

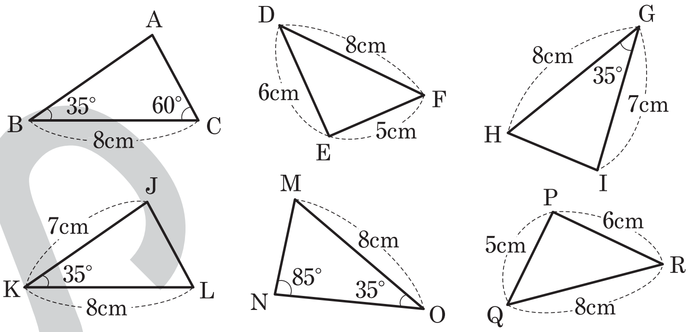
□(3)　∠Dの大きさを求めなさい。

〔　　　　〕



## ポイント 5　三角形の合同条件

例題　下の図のような三角形がある。どれとどれが合同かを式で表し，その合同条件をいいなさい。




● 三角形の合同条件

① 3組の辺がそれぞれ等しい。

② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

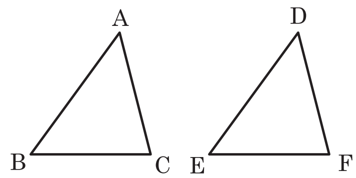
解法　辺の長さ，角の大きさをそれぞれの三角形でくらべる。

△ABC≡△NOM……1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。（←∠M＝180°－85°－35°＝60°）

△DEF≡△RPQ ……3組の辺がそれぞれ等しい。

△GHI≡△KLJ　……2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

**確認問題 5**　右の図の△ABCと△DEFが合同であることをいうためには，次の条件に何を加えればよいか。〔　　〕にあてはまる辺や角を書きなさい。また，そのとき使った合同条件をいいなさい。




□(1)　AB＝DE，AC＝DF，〔∠　　　　〕＝〔∠　　　　〕

合同条件〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

□(2)　BC＝EF，AC＝DF，〔　　　　〕＝〔　　　　〕

合同条件〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

□(3)　AC＝DF，∠A＝∠D，〔∠　　　　〕＝〔∠　　　　〕

合同条件〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

## ポイント 6　仮定と結論

例題　「三角形の3つの内角の和は180°である。」の仮定と結論をいいなさい。

解法　「$p$ならば$q$」という形で表されているとき，$p$の部分を仮定，$q$の部分を結論という。

この文を「$p$ならば$q$」の形に書きかえると，「三角形ならば3つの内角の和は180°である。」となる。

→ 仮定……三角形，結論……3つの内角の和は180°である。

**確認問題 6**　次のことがらの仮定と結論をいい，(3)は，図の中の記号を使って式の形で表しなさい。

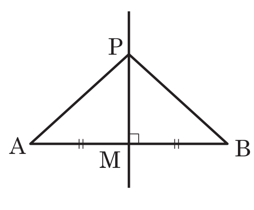
□(1)　$x$が12の倍数ならば，$x$は6の倍数である。

仮定〔　　　　　　　　　　〕，結論〔　　　　　　　　　　〕

□(2)　正三角形の3つの角は等しい。

仮定〔　　　　　　　　　　〕，結論〔　　　　　　　　　　〕

□(3)　線分の垂直二等分線上の点からその線分の両端までの距離は等しい。

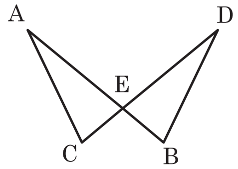



仮定〔　　　　　　　　　　〕

結論〔　　　　　　　　　　〕

## ポイント 7　証明のしかた

例題　**右の図で，ABとCDの交点をEとする。AE＝DE，∠A＝∠Dならば，CE＝BEであることを証明しなさい。**




解法　仮定と結論を明確にし，根拠を考えて，証明の道すじを立てる。

〔仮定〕 AE＝DE，∠A＝∠D

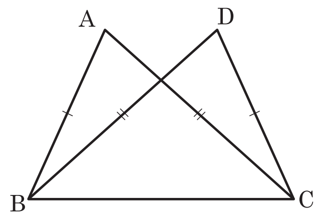
〔結論〕 CE＝BE

〔証明〕 △AECと△DEBにおいて，
仮定より，AE＝DE，∠A＝∠D
対頂角は等しいから，∠AEC＝∠DEB
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
△AEC≡△DEB　　よって，CE＝BE

- **証明**　仮定から出発し，すでに正しいと認められたことがらを根拠に使って結論を導くこと。
- **証明に使われる根拠**
  ①　対頂角の性質
  ②　平行線の性質と条件
  ③　三角形の角の性質
  ④　合同な図形の性質
  ⑤　三角形の合同条件　など

### 確認問題 7　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図で，AB＝DC，AC＝DBならば，∠BAC＝∠CDBであることを証明したい。このとき次の①，②に答えなさい。




□①　仮定と結論をいいなさい。

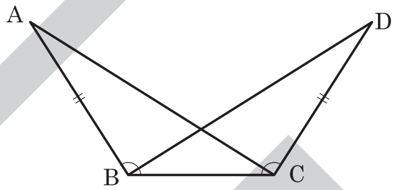
仮定〔　　　　　　　　　　〕，結論〔　　　　　　　　〕

□②　結論を導くときに使う合同な2つの三角形をいい，また，その合同条件を書きなさい。

〔　　　　　　　　　　〕

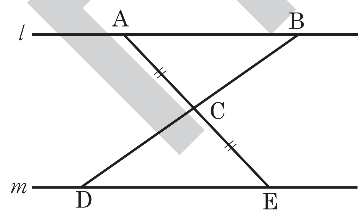
合同条件〔　　　　　　　　　　〕

□(2)　右の図で，AB＝DC，∠ABC＝∠DCBならば，AC＝DBであることを証明しなさい。




〔証明〕 △ABCと〔△　　　　〕において，
仮定より，AB＝〔　　　　〕……①
∠ABC＝〔∠　　　　〕……②
また，〔　　　　〕は共通……③
①，②，③より，〔　　　　　　　　〕がそれぞれ等しいから，△ABC≡〔△　　　　〕
よって，AC＝DB

□(3)　右の図で，2直線 $l$ と $m$ は平行で，点Cは線分AEの中点である。このとき，BC＝DCであることを証明しなさい。

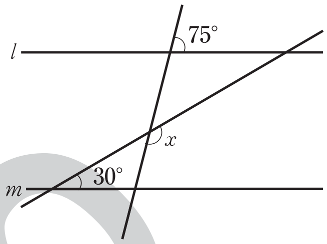



〔証明〕 △ABCと〔△　　　　〕において，
仮定より，AC＝〔　　　　〕……①
〔　　　　〕は等しいから，∠ACB＝〔∠　　　　〕……②
$l$∥$m$より，〔　　　　〕は等しいから，∠BAC＝〔∠　　　　〕……③
①，②，③より，〔　　　　　　　　〕がそれぞれ等しいから，△ABC≡〔△　　　　〕
よって，BC＝DC

## 練成問題

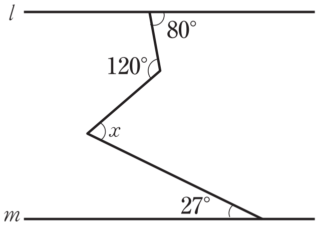
**1** 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし，⑴〜⑶では $l \parallel m$ である。

□⑴



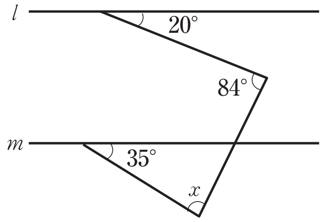

〔　　　　　〕

□⑵



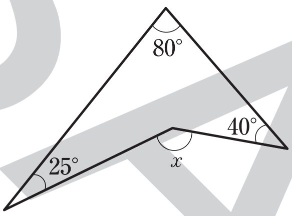

〔　　　　　〕

□⑶



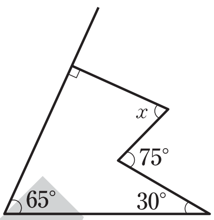

〔　　　　　〕

□⑷



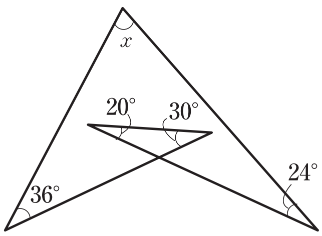

〔　　　　　〕

□⑸




〔　　　　　〕

□⑹




〔　　　　　〕

**2** 次の問いに答えなさい。

□⑴　正九角形の1つの外角の大きさと1つの内角の大きさを求めなさい。

外角〔　　　　　〕内角〔　　　　　〕

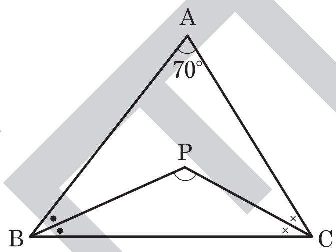
□⑵　1つの内角の大きさが150°である正多角形の辺の数と内角の和を求めなさい。

辺の数〔　　　　　〕内角の和〔　　　　　〕

**3** 次の問いに答えなさい。

□⑴　右の図の△ABCで，点Pは∠Bと∠Cの二等分線の交点である。

∠A＝70°のとき，次の①，②に答えなさい。




□①　∠ABCと∠ACBの大きさの和を求めなさい。

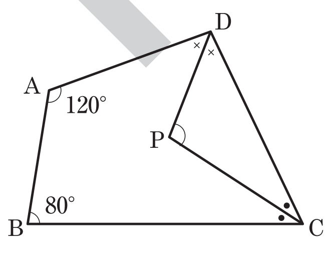
〔　　　　　〕

□②　∠BPCの大きさを求めなさい。

〔　　　　　〕

□⑵　右の図の四角形ABCDで，点Pは∠Cと∠Dの二等分線の交点である。

∠A＝120°，∠B＝80°のとき，次の①，②に答えなさい。



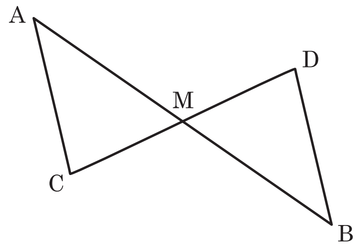

□①　∠BCDと∠ADCの大きさの和を求めなさい。

〔　　　　　〕

□②　∠CPDの大きさを求めなさい。

〔　　　　　〕

**4** 右の図で，2つの線分ABとCDがそれぞれの中点Mで交わっているとき，AC＝BDである。このことを証明するとき，次の問いに答えなさい。



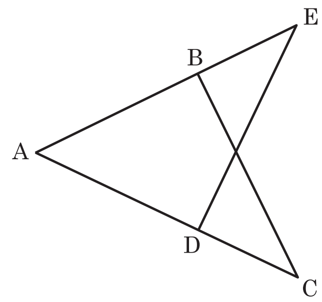

□(1)　仮定と結論をいいなさい。

仮定〔　　　　　　　　　　〕
結論〔　　　　　　　　　　〕

□(2)　結論を導くときに使う合同な2つの三角形をいいなさい。また，その合同条件を書きなさい。

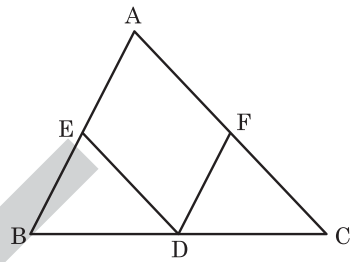
〔　　　　　　　　　　〕
合同条件〔　　　　　　　　　　〕

**5** 右の図で，AB＝AD，∠ABC＝∠ADEならば，BC＝DEであることを証明しなさい。



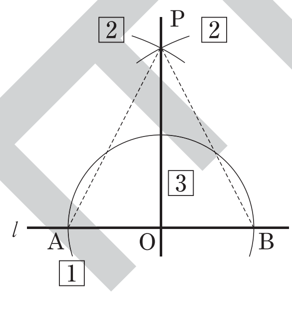

□〔証明〕　△ABCと〔△　　　　〕において，
仮定より，〔　　　　＝　　　　〕……①
〔∠　　　　＝∠　　　　〕……②
また，〔∠　　　　＝∠　　　　〕(共通)……③
①，②，③より，〔　　　　　　　　〕がそれぞれ等しいから，△ABC≡〔△　　　　〕
よって，BC＝DE

**6** 右の図のように，△ABCの辺BCの中点をDとし，Dを通りACに平行な直線とABとの交点をE，Dを通りABに平行な直線とACとの交点をFとする。このとき，△EBD≡△FDCであることを証明しなさい。




□〔証明〕　△EBDと〔△　　　　〕において，
仮定より，BD＝〔　　　　〕……①
ED∥ACより，〔　　　　〕は等しいから，
〔∠　　　　＝∠　　　　〕……②
AB∥FDより，〔　　　　〕は等しいから，
〔∠　　　　＝∠　　　　〕……③
①，②，③より，〔　　　　　　　　〕がそれぞれ等しいから，△EBD≡〔△　　　　〕

**7** 右の図は，直線 $l$ 上の点Oから $l$ の垂線を$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$の順で作図したものである。
この作図で，$l \perp$ OPになっていることを証明しなさい。




□〔証明〕　△PAOと〔△　　　　〕において，
作図から，OA＝〔　　　　〕……①，AP＝〔　　　　〕……②
また，〔　　　　〕は共通……③
①，②，③より，〔　　　　　　　　〕がそれぞれ等しいから，
△PAO≡〔△　　　　〕
したがって，∠POA＝〔∠　　　　〕
また，∠POA＋〔∠　　　　〕＝180° だから，
∠POA＝〔　　　　°〕
よって，$l \perp$ OP