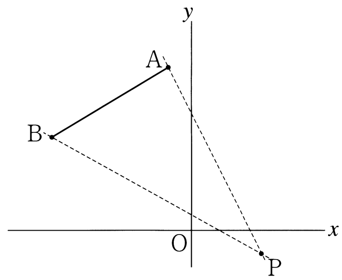
目　次

ポ＝ポイントチェック，例＝例題演習をそれぞれ表す

2　関数とグラフ　　学習日　　月　　日

＊例題演習１＊　定数の範囲



問　**A(−1，7)，B(−6，4)，P(3，−1)がある。点Pを通る傾きmの直線と線分AB(両端の点A，Bを含む)が交わるためのmの値の範囲を求めよ。**　(市川)

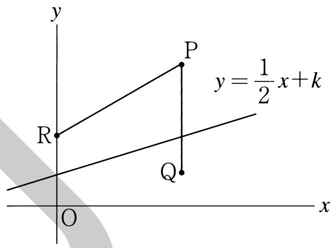
解　点Aを通るとき，$m=\dfrac{-1-7}{3-(-1)}=-2$(最小値)，

点Bを通るとき，$m=\dfrac{-1-4}{3-(-6)}=-\dfrac{5}{9}$(最大値)となる。求める範囲は，$-2\leqq m\leqq -\dfrac{5}{9}$

ONE POINT ADVICE

必ず座標平面上にグラフをかいてみること。

＊実戦演習１＊　次の問いに答えよ。



□(1)　右の図で，点Qの座標はQ(4，2)，線分PQはx軸に垂直，点Rはy軸上の点で，2点P，Rを結んだ直線の式は$4y-3x=16$である。このとき次の①，②に答えよ。　(東京女子学園改)

□①　点Pの座標を求めよ。

□②　直線$y=\dfrac{1}{2}x+k$のグラフが，いつも線分PQと交わるようにするとき，kのとりうる値の範囲を求めよ。

□(2)　関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$について，次の①～③に答えよ。　(日本女子大附)

□①　xの値が-1から2まで増加するときの変化の割合を求めよ。

□②　xの値がtから$t+2$まで増加するときの変化の割合が3となるとき，tの値を求めよ。また，このときのtの値について，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$のグラフ上で，$x=t$，$x=t+2$である2点をそれぞれA，Bとする。直線ABの式を求めよ。

□③　直線 $y=mx+3$が線分ABと交わるときのmの値の範囲を求めよ。

□(3)　△ABCがあり，3直線AB，BC，CAの方程式は，それぞれ$y=3x-4$，$y=-x+4$，$y=-3x+14$である。次の①～③に答えよ。　(明治学院)

□①　点Aの座標を求めよ。

□②　点Aを通り，△ABCの面積を2等分する直線の方程式をかけ。

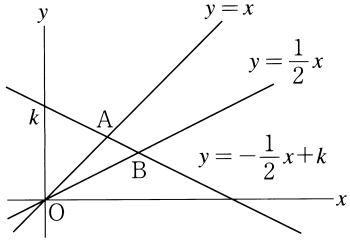
□③　原点を通る直線$y=ax$が△ABCの辺または内部を通るとき，aの値の範囲を不等式で表せ。

＊例題演習２＊　格子点

問　２直線$y=x$，$y=\frac{1}{2}x$と，傾きが$-\frac{1}{2}$でy切片がkの直線との交点をそれぞれA，Bとし，A，Bのx，y座標がともに整数となるような正の整数kを考える。このとき次の問いに答えよ。ただし，原点をOとする。（学芸大附）

⑴　上のようなkの最小の値を求めよ。また，そのとき△OABの周上にあって，x，y座標がともに整数である点の個数を求めよ。

解　右の図を参照のこと。A$\left(\frac{2}{3}k, \frac{2}{3}k\right)$（← $y=x$と$y=-\frac{1}{2}x+k$の交点），B$\left(k, \frac{1}{2}k\right)$（← $y=\frac{1}{2}x$と$y=-\frac{1}{2}x+k$の交点）のx，y座標がともに整数となるためには，kは６の倍数でなければならない。→ kの最小の値は６，また，そのとき，格子点の数は，OA上に５個，OB上に４個，AB上に２個あることから，全部で(5＋4＋2－3＝)８個ある。



⑵　線分AB上に，x，y座標がともに整数である点がちょうど６個あるときのkの値を求めよ。

解　２点A，Bのy座標の差が５であればよい。→ $\frac{2}{3}k-\frac{1}{2}k=5$より，$k=30$

⑶　△OABの周上にあって，x，y座標がともに整数である点がちょうど80個あるときのkの値を求めよ。

解　$k=6$のとき，格子点の数は８個，$k=(6\times2=)12$のとき，格子点の数は$(8\times2=)16$個，…，したがって，格子点の数が80個になるようなkの値は，$6\times(80\div8)=60$

ONE POINT ADVICE

格子点（x，y座標がともに整数である点）の個数を求めるときは，線分の両端の点に注意すること。

＊実戦演習２＊　次の問いに答えよ。

□⑴　次の①，②に答えよ。（土浦日大）

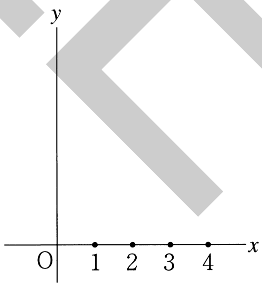
□①　O(0,0)とA(70,28)を結ぶ線分上にある格子点のうち，O以外で最もOに近い格子点の座標を求めよ。また，全部で格子点は何個あるか。ただしO点とA点は数えない。

□②　O(0,0)とB(27,16)，C(27,0)のとき，△OBCの内部にある格子点は全部で何個あるか。ただし辺上の格子点は数えない。

□⑵　直線$y=mx\ (m>0)$と直線$x=4$とx軸によって囲まれる部分にある点（境界線上の点は含まない）で，x座標，y座標がともに整数となる点の個数をNとする。次の①，②に答えよ。（愛光）

□①　$m=9$のとき，Nの値を求めよ。

□②　$N=50$のとき，mの値の範囲を求めよ。

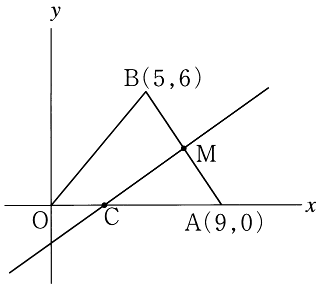


＊例題演習３＊　関数と図形Ⅰ（直線と三角形）

問１　**3直線$x-2y+2=0$，$3x-2y+6=0$，$x=a(a>0)$で囲まれた部分の面積が18となるように，定数aを定めよ。**　（中大杉並）

解　2直線（$x-2y+2=0$ → ）$y=\frac{1}{2}x+1$…l，（$3x-2y+6=0$ → ）$y=\frac{3}{2}x+3$…mの交点Aは（－2，0），また，$x=a$と2直線l，mとの交点B，Cのy座標は，それぞれ$\frac{1}{2}a+1$，$\frac{3}{2}a+3$，$BC=\frac{3}{2}a+3-\left(\frac{1}{2}a+1\right)=a+2$を底辺とすると，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times(a+2)\times\{a-(-2)\}$，したがって，$\frac{1}{2}(a+2)^2=18$より，$(a+2)^2=36$ → $a+2=\pm6$ → $a=4$，-8，$a>0$より，$a=4$

問２　**右の図のように，3点O（0，0），A（9，0），B（5，6）を頂点とする三角形OABがある。辺ABの中点Mを通る直線と辺OAとの交点をCとし，△CAM：△OAB＝1：3であるとき，直線MCの方程式を求めよ。**　（明大附明治）



解　$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times9\times6=27$，M（7，3）→ 点C（$c$，0）とすると，（△CAM＝）$\frac{1}{2}\times(9-c)\times3=\frac{1}{3}\times27=9$より，$c=3$ → 直線MCは2点（7，3），（3，0）を通ることから，その式は$y=\frac{3}{4}x-\frac{9}{4}$

ONE POINT ADVICE

線分の長さを，文字で表された座標を用いて表すことに慣れておくこと。

＊実戦演習３＊　次の問いに答えよ。

□(1)　3本の直線を$y=2x+2$…**ア**，$y=x$…**イ**，$y=-x$…**ウ**とするとき，次の①～③に答えよ。　（東京電機大）

□①　**ア**と**イ**の交点をAとするとき，点Aの座標を求めよ。

□②　**ア**と**ウ**の交点をBとするとき，△OABの面積を求めよ。

□③　**ア**とy軸との交点をCとするとき，$\frac{BC}{AB}$の値を求めよ。

□(2)　2直線　$y=\frac{1}{a}x+2-\frac{4}{a}(a>0)$……**ア**　$y=\frac{1}{b}x+2-\frac{4}{b}(b<0)$……**イ**　について，次の①～③に答えよ。　（立教）

□①　2直線**ア**，**イ**の交点Aの座標を求めよ。

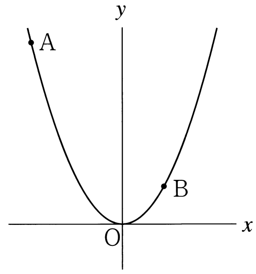
□②　2直線**ア**，**イ**がx軸と交わる点をそれぞれB，Cとする。△ABCの面積をa，bを用いて表せ。

□③　△ABCの面積が8となるような整数a，bの組をすべて求めよ。

□(3)　座標平面上に2直線　$y=\frac{1}{2}x+a$………**ア**　$y=bx+3$　………**イ**　がある。**ア**と**イ**の交点をPとする。**ア**，**イ**とx軸との交点をそれぞれQ，Rとし，線分PRの三等分点をK，Lとする。（すなわちPK＝KL＝LR）△KQLの面積が4でPQ＝PRであるとき，a，bの値を求めよ。　（武蔵）

＊例題演習４＊　関数と図形Ⅱ（放物線と三角形）

問１　**放物線$y=3x^2$と，その上に点A$(-2,12)$，B$(1,3)$がある。また，この放物線上を点PがAからBまで動くものとする。これについて次の問いに答えよ。**　（甲陽学院）



⑴　**直線ABの方程式を求めよ。**

解　ABの傾きは，$3\times(-2+1)=-3$ → $y=-3x+b$に点Aの座標を代入して，$12=6+b$ → $b=6$，求める方程式は$y=-3x+6$

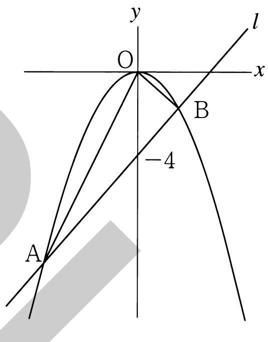
⑵　**点Pのx座標をtとして，△PABの面積をtの式で表せ。**

解　Pからy軸に平行な直線をひき，直線ABとの交点をQとすると，P$(t,3t^2)$より，Q$(t,-3t+6)$ → $\triangle\mathrm{PAB}=\frac{1}{2}\times(-3t+6-3t^2)\times\{1-(-2)\}=\frac{1}{2}(-9t^2-9t+18)$
$=-\frac{9}{2}t^2-\frac{9}{2}t+9$

⑶　**△PABの面積が４となるときの点Pの座標を求めよ。**

解　$-\frac{9}{2}t^2-\frac{9}{2}t+9=4$より，$9t^2+9t-10=0$ → $(3t+5)(3t-2)=0$ → $t=-\frac{5}{3}$，$\frac{2}{3}$，
$-2\leqq t\leqq 1$より，どちらも題意に適する。

問２　**右図のように，放物線$y=-x^2$と点$(0,-4)$を通る直線lが２点A，Bで交わっている。△OABの面積が10のとき，次の問いに答えよ。ただし，lの傾きは正とする。**　（日大習志野）



⑴　**２点A，Bの座標を求めよ。**

解　A$(a,-a^2)$，B$(b,-b^2)$とすると，$(\triangle\mathrm{OAB}=)\frac{1}{2}\times4\times(b-a)=10$ → $a=b-5$…①，また，直線lの傾きから，
$\frac{-b^2-(-4)}{b-0}=\frac{-b^2-(-a^2)}{b-a}$…②，①を②に代入して，
$\frac{4-b^2}{b}=5-2b$ → $b^2-5b+4=0$ → $(b-1)(b-4)=0$
→ $b=1$，４，lの傾きが正であることから，$b=1$，$a=-4$，したがって，Aの座標は$(-4,-16)$，Bの座標は$(1,-1)$

⑵　**点Bを通る直線l'が△OABの面積を２等分するとき，l'と放物線の点B以外の交点の座標を求めよ。**

解　l'は辺OAの中点$(-2,-8)$を通ることから，その式は$y=\frac{7}{3}x-\frac{10}{3}$ → $-x^2=\frac{7}{3}x-\frac{10}{3}$
→ $(3x+10)(x-1)=0$ → $x=-\frac{10}{3}$，１，したがって，点B以外の交点の座標は，
$\left(-\frac{10}{3},-\frac{100}{9}\right)$である。

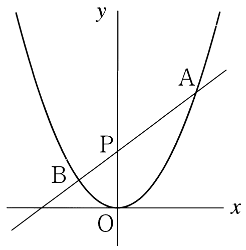
ONE POINT ADVICE

放物線$y=ax^2$上の２点P(p,ap^2)，Q(q,aq^2)を結ぶ直線の傾きをmとすると，$m=\frac{aq^2-ap^2}{q-p}=\frac{a(q+p)(q-p)}{q-p}=a(p+q)$，また，切片は$-apq$で表される。 → $y=a(p+q)x-apq$を，**例題問２⑴**に適用すると，$ab=-4$がすぐに導ける。

＊実戦演習４＊　次の問いに答えよ。

□(1)　右図のように$a>0$，$b>0$のとき関数$y=ax^2$のグラフと直線$y=bx+3$との交点をA，Bとし，直線とy軸との交点をPとする。また，原点をOとする。

　三角形APOの面積が９，三角形PBOの面積が３であるとき，a，bの値を求めよ。　(大教大附平野)

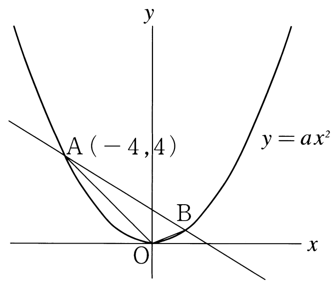


□(2)　図のように放物線$y=ax^2$上の点A$(-4,4)$を通る直線が，再び放物線と交わる点をBとする。次の①～③に答えよ。　(同志社)

□①　aの値を求めよ。

□②　Bのx座標をb $(b>0)$とするとき，△OABの面積Sをbを用いた式で表せ。

□③　$S=2$となるbの値を求めよ。



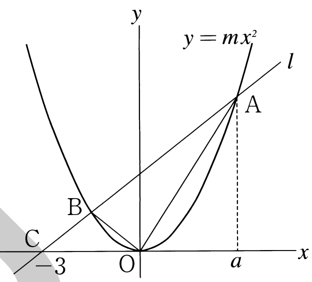
□(3)　右図のように，直線lと放物線$y=mx^2$(mは正の定数)の交点をA，Bとし，lとx軸との交点をCとする。

　AB：BC＝3：1，Cのx座標を-3とするとき，次の①～③に答えよ。　(巣鴨)

□①　点Aのx座標をaとするとき，aの値を求めよ。

□②　△OABの面積が３のとき，mの値を求めよ。

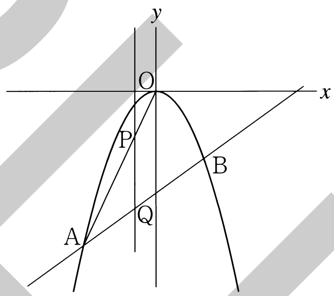
□③　②のとき，直線lの方程式を求めよ。



□(4)　右の図のように，２次関数$y=-x^2$と，１次関数$y=2x-3$がある。２つのグラフの交点をA，Bとするとき，次の①，②に答えよ。　(玉川学園)

□①　交点Aの座標を求めよ。

□②　線分AB上の点Qを通りy軸に平行な直線が，線分OAと交わる点をPとするとき，三角形APQと四角形PQBOの面積が等しくなるという。点Pの座標を求めよ。

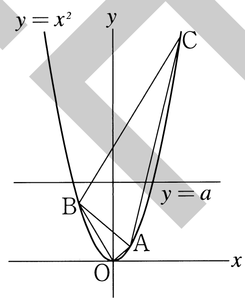


□(5)　放物線$y=x^2$のグラフ上に３点A，B，Cがあり，３直線OA，AB，BCの傾きはそれぞれ１，-1，２である。このとき次の①～③に答えよ。ただし，Oは原点である。　(土佐)

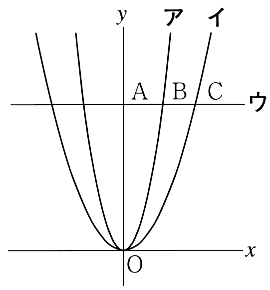
□①　３点A，B，Cの座標をそれぞれ求めよ。

□②　四角形OACBの面積を求めよ。

□③　四角形OACBの面積を直線$y=a$で２等分するとき，aの値を求めよ。



□(6)　右の図は，放物線**ア**$y=a^2x^2$ $(a>0)$と，放物線**イ**$y=x^2$のグラフで，図のように，x軸に平行な直線**ウ**と，y軸と2つの放物線との交点をそれぞれA，B，Cとすると，$AB=\frac{1}{2}$，$BC=a^2-2$となる。次の①～③に答えよ。　（芝浦工大）



□①　点Cのx座標をaを用いて表せ。

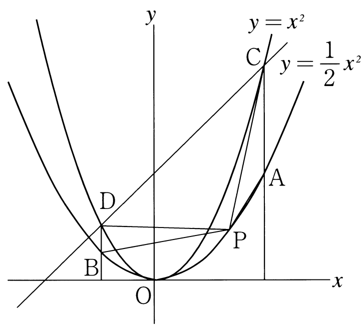
□②　aの値を求めよ。

□③　点Cを通り，△OACの面積を2等分する直線の式を求めよ。

□(7)　右の図のように，関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ上に順に3点A，P，Bがあり，A，Bの座標はそれぞれ$(2, 2)$，$\left(-1, \frac{1}{2}\right)$である。

A，Bを通りx軸に垂直な直線を引き，関数$y=x^2$のグラフと交わる点を，それぞれC，Dとする。

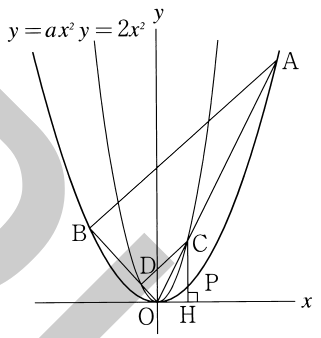
このとき次の①，②に答えよ。　（国立高専改）



□①　2点C，Dを通る直線の式を求めよ。

□②　△PACの面積と△PDBの面積が等しいとき，点Pの座標を求めよ。

□(8)　2つの放物線$y=2x^2$……**ア**と$y=ax^2$……**イ**のグラフが図のような位置関係にある。**イ**上に2点A，Bをとり，直線OA，OBと**ア**との交点をそれぞれC，Dとする。また，Cからx軸に下ろした垂線CHと**イ**との交点をPとすると，$3PH=CP$となる。直線CDの方程式が$y=x+1$であるとき，次の①～④に答えよ。　（東邦大附東邦）



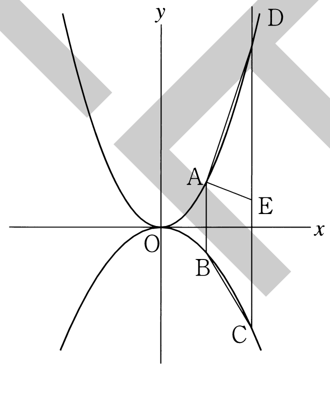
□①　△OABの面積を求めよ。

□②　aの値を求めよ。

□③　線分OA，OCの長さの比OA：OCを求めよ。

□④　直線ABの方程式を求めよ。

□(9)　右の図のように，2つの放物線$y=x^2$と$y=ax^2$とがあり，放物線と直線$x=1$，$x=2$との交点をA，B，C，Dとすると，四角形ABCDの面積が$\frac{15}{4}$になった。このとき次の①～③に答えよ。　（郁文館）



□①　aの値を求めよ。

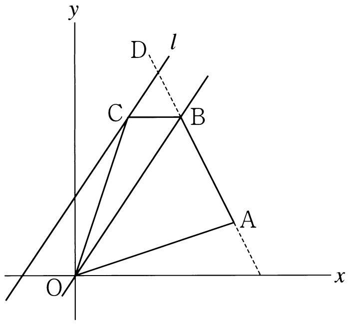
□②　線分CD上に点Eをとる。AEが四角形ABCDの面積を2等分するとき，点Eの座標を求めよ。

□③　原点を通る直線$y=mx$が四角形ABCDの面積を2等分するとき，mの値を求めよ。

＊例題演習５＊　関数と図形III（等積変形）

問１　**図のように，座標平面上に４点O（０，０），A（６，２），B（４，６），C（２，６）がある。直線$y=mx$が四角形OABCの面積を２等分する。このとき次の問いに答えよ。**

（近畿大附）



⑴　**点Cを通り，直線OBに平行な直線 l の方程式を求めよ。**

解　直線 l は，点C（２，６）を通り，傾きは$\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$
→ $y=\frac{3}{2}x+3$

⑵　**直線 l と直線ABの交点Dの座標を求めよ。**

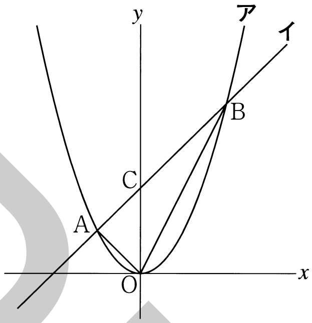
解　直線ABは，２点A（６，２），B（４，６）を通ることから$y=-2x+14$，これと，$y=\frac{3}{2}x+3$とを連立する。→ D$\left(\frac{22}{7},\frac{54}{7}\right)$

⑶　**mの値を求めよ。**

解　四角形OABC＝△OAB＋△OBC＝△OAB＋△OBD＝△OADより，四角形OABCの面積を２等分する直線$y=mx$は，線分ADの中点$\left(\frac{32}{7},\frac{34}{7}\right)$を通る。→ $\frac{34}{7}=\frac{32}{7}m$より，$m=\frac{17}{16}$

問２　**右の図のように，放物線；$y=ax^2$…ア，直線；$y=bx+k$…イ　が２点A，Bで交わっている。点Aの座標が（－２，２），点Bの x 座標が４であるとき，次の問いに答えよ。**

（東京女子学園改）



⑴　**△AOBの面積を求めよ。**

解　$2=(-2)^2a$より，$a=\frac{1}{2}$ → 点Bの x 座標は４，y 座標は$\left(\frac{1}{2}\times 4^2=\right)8$ → $2=-2b+k$，$8=4b+k$より，$b=1$，$k=4$ → $\triangle AOB=\frac{1}{2}\times 4\times(2+4)=12$

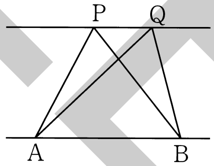
⑵　**直線イと y 軸との交点Cを通り，△AOBの面積を２等分する直線の方程式を求めよ。**

解　線分ABの中点をM，Mを通りCOに平行な直線と辺OBとの交点をNとすると，△OCN＝△OCMより，△OAM＝△OAC＋△OCM＝△OAC＋△OCN＝四角形OACNとなり，CNが求める直線である。→ M（１，５），直線OB：$y=2x$より，N（１，２），したがって，求める直線の方程式は$y=-2x+4$

ONE POINT ADVICE

● 平行線と面積に関する定理

右の図で，

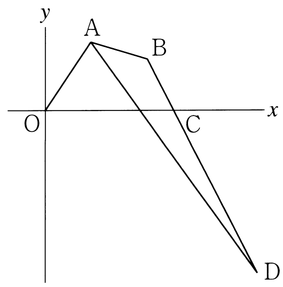


⑴　PQ∥ABならば△PAB＝△QAB

⑵　△PAB＝△QABならばPQ∥AB

＊実戦演習５＊　次の問いに答えよ。

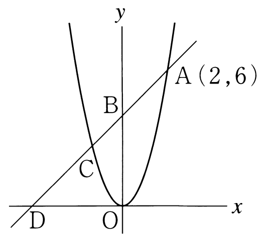
□(1)　図のように，４点O$(0,0)$，A$(2,3)$，B$\left(\dfrac{9}{2},\dfrac{9}{4}\right)$，C$(6,0)$があり，BCをC側に延長した直線上に点Dをとる。次の①，②に答えよ。　（中大附）



□①　直線BCの方程式を求めよ。

□②　四角形OABCの面積と△ABDの面積が等しくなるとき，点Dの座標を求めよ。

□(2)　２次関数$y=ax^2$……**ア**のグラフと点$(2,6)$で交わる１次関数**イ**のグラフは点B$(0,4)$を通っている。このとき次の①～④に答えよ。　（湘南学園）



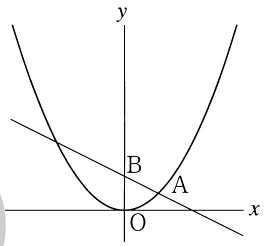
□①　２次関数**ア**と１次関数**イ**の式を求めよ。

□②　**ア**と**イ**のもう１つの交点Cの座標を求めよ。

□③　**イ**のグラフがx軸と交わる点をDとするとき，線分の長さの比AC：CDを求めよ。

□④　**ア**のグラフ上に点Pをとり，△ACP＝△ACOとなるような点Pのx座標をすべて求めよ。ただし，点Pは点Oと異なる点とする。

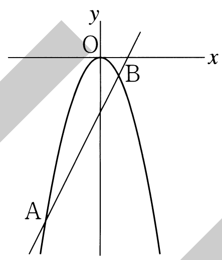
□(3)　右図のように放物線$y=\dfrac{1}{4}x^2$上の点A$(2,1)$とy軸上の点B$(0,2)$がある。次の①，②に答えよ。ただし，点Oは原点である。　（立教改）



□①　２点A，Bを通る直線の方程式を求めよ。

□②　△OAB＝△ABPとなるような放物線上の点Pのx座標を求めよ。ただし，点Pは点Oと異なる点とする。

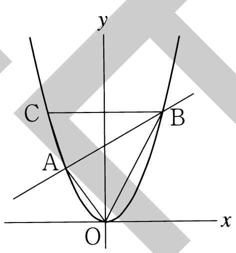
□(4)　図のように放物線$y=-x^2$と直線$y=2x-3$との交点をA，Bとする。このとき次の①，②に答えよ。　（土佐）



□①　点A，Bの座標を求めよ。

□②　直線$y=2x+a$が放物線$y=-x^2$と２点で交わり，x座標の大きい方の点をCとする。△ABCの面積が２のとき，aの値を求めよ。

□(5)　右図のように原点をOとする座標平面上に放物線$y=2x^2$と直線$y=2x+4$が２点A，Bで交わっている。点Bを通りx軸に平行な直線を引き，放物線$y=2x^2$のグラフとの交点をCとする。このとき次の①，②に答えよ。　（江戸川学園取手）

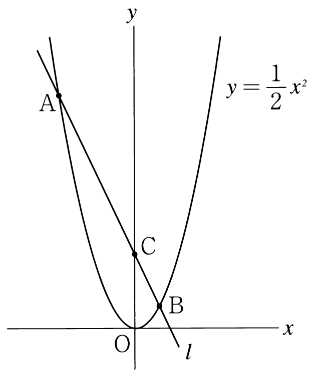


□①　三角形AOBと三角形ACBの面積比を求めよ。

□②　放物線$y=2x^2$のグラフ上のx座標が負の部分に点Dをとり，三角形ABDと四角形AOBCの面積が等しくなるようにしたい。点Dのx座標を求めよ。

□(6) 右の図のように，直線 l が放物線$y=\frac{1}{2}x^2$と２点A，Bで交わり，また y 軸と点Cで交わっている。点A，Bの x 座標がそれぞれ-6，２であるとき，次の①～③に答えよ。

(法政大第一)



□①　直線 l の式を求めよ。

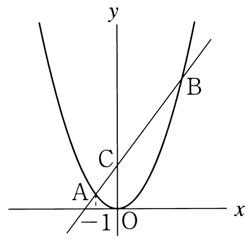
□②　$-6\leqq x\leqq 2$における放物線上に，△AOB＝△APBとなるように，点Oとは異なる点Pを定める。

このとき，点Pの座標を求めよ。

□③　点Cを通り，△APBの面積を２等分する直線の式を求めよ。

□(7) 右の図のように，放物線$y=x^2$上に２点A，Bをとり，点Aの x 座標は-1とする。２点A，Bを通る直線が y 軸と交わる点をCとするとき，Cは線分ABを１：２に分けている。

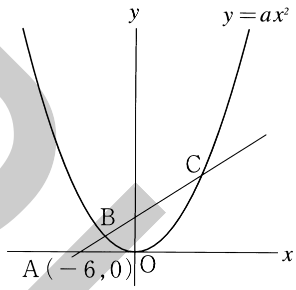
次の①，②に答えよ。　(岩倉)



□①　２点A，Bを通る直線の方程式を求めよ。

□②　この放物線上に x 座標が負の点Dをとるとき，△OAD＝３となる点Dの座標を求めよ。

□(8) 右の図のように放物線$y=ax^2$と点A$(-6,0)$を通る直線が２点B，Cで交わっており，AB：AC＝１：4である。次の①，②に答えよ。　(ラ・サール改)

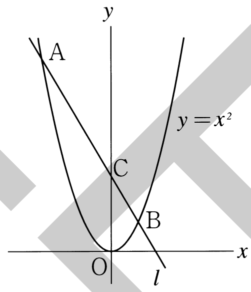


□①　２点B，Cの x 座標をそれぞれ求めよ。

□②　放物線上に点Pをとり，△PBCの面積が△OBCの面積と等しくなるようにする。そのような点Pの x 座標をすべて求めよ。ただし，点Pは点Oと異なる点とする。

□(9) 図のように，直線 l が関数$y=x^2$のグラフと２点A，Bで，y 軸と点Cで交わっている。

△OACと△OBCの面積比が3：1で，点Cの座標が$(0,3)$のとき，次の①～③に答えよ。　(大教大附池田)



□①　点Bの x 座標を t $(t>0)$とすると，t はいくらか。

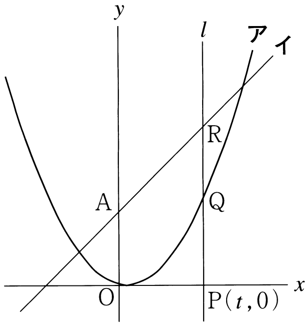
□②　△OABの面積はいくらか。

□③　関数$y=x^2$のグラフの一部である曲線AOB上に点Dをとり，△DAB＝$\frac{1}{3}$△OABとなるようにしたい。このような点Dのすべての座標を求めよ。

＊例題演習６＊　関数と図形Ⅳ(平行四辺形)

問1　右の図は関数$y=\frac{1}{2}x^2$…アと$y=x+4$…イを表したものである。$x=t(0<t<4)$におけるy軸に平行な直線をlとし，lとx軸との交点をP，lとア，イとの交点をそれぞれQ，R，イとy軸との交点をAとする。次の問いに答えよ。

(玉川学園)



⑴　線分QRの長さをtの式で表せ。

解　$Q\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$，$R(t, t+4)$と表されることから，$QR=t+4-\frac{1}{2}t^2$

⑵　四角形AOQRが平行四辺形になるとき，この平行四辺形の面積を求めよ。

解　OA＝QR＝4より，$t+4-\frac{1}{2}t^2=4$ → $t(t-2)=0$ → $t=0$，2，$0<t<4$より，$t=2$，したがって，平行四辺形AOQR＝OA×OP＝4×2＝8

問2　点Pを$y=x^2$上の点，点Qを$y=5x^2$上の点とする。また，点Aの座標を$(-1, 1)$とする。点Pのx座標は1より大きく，四角形OPQAが平行四辺形になるとき，次の問いに答えよ。

(白陵)

⑴　点Pの座標を求めよ。

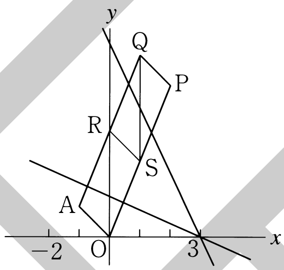
解　点Pのx座標を$p(p>1)$とすると，y座標はp^2，点Qの座標は$(p-1, p^2+1)$，ここで，点Qは$y=5x^2$上にあるから，$p^2+1=5(p-1)^2$ → $2p^2-5p+2=0$ → $(2p-1)(p-2)=0$ → $p=\frac{1}{2}$，2，$p>1$より，$p=2$ → $P(2, 4)$

⑵　この平行四辺形が，点$(3, 0)$を通る傾きaの直線によって2等分されるように，定数aの値を定めよ。

解　この直線は，線分APの中点$\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$を通る。→ $a=\left(0-\frac{5}{2}\right)\div\left(3-\frac{1}{2}\right)=-1$

⑶　この平行四辺形を，点$(3, 0)$を通る傾きbの直線によって，2つの図形に分けるとき，大きい方の面積が小さい方の面積の3倍より大きくなるようなbの値の範囲を求めよ。

解　⑵で2等分されたそれぞれの平行四辺形を2等分すると考える。→ 点Oと線分QAの中点$R(0, 3)$を結んだ線分ORの中点$\left(0, \frac{3}{2}\right)$を通るとき$\left(b=-\frac{1}{2}\right)$と，点QとRからAOに平行にひいた直線と辺OPとの交点$S(1, 2)$を結んだ線分QSの中点$\left(1, \frac{7}{2}\right)$を通るとき$\left(b=-\frac{7}{4}\right)$である。また，点O，Pを通るときの$b$の値はそれぞれ0，−4である。→ $-4<b<-\frac{7}{4}$，$-\frac{1}{2}<b<0$

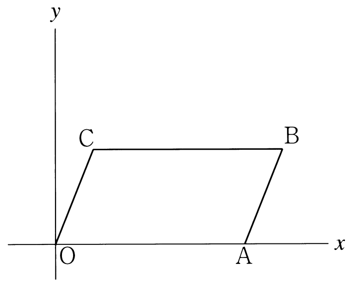


ONE POINT ADVICE

平行四辺形の面積を2等分する直線は，対角線の交点(それぞれの対角線の中点)を通る。

＊実戦演習6＊　次の問いに答えよ。

□(1)　座標平面上に3点A(10 , 0)，B(12 , 5)，C(2 , 5)がある。次の①，②に答えよ。ただし，Oは座標軸の原点である。　(和洋国府台女子)



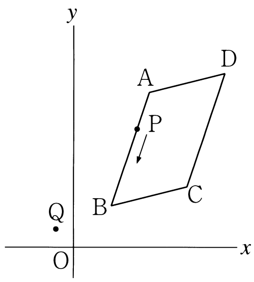
□①　直線ABの方程式を求めよ。

□②　直線$y=x+b$が四角形OABCの面積を2等分するとき，bの値を求めよ。

□(2)　右の図のように，4点A(3 , 8)，B(1 , 2)，C(5 , 3)，D(7 , 9)を頂点とする平行四辺形ABCDと点Q(−1 , 1)がある。点Pは平行四辺形の周上をA → B → C → D → Aの順に動くものとし，2点P，Qを通る直線を

$y=ax+b$……**ア**

とするとき，次の①～③に答えよ。　(明大附明治)

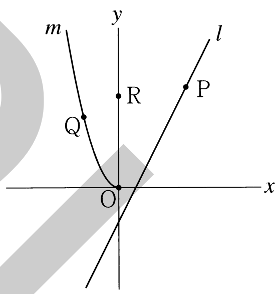


□①　直線**ア**のaの値の範囲を求めよ。

□②　直線**ア**が平行四辺形ABCDの面積を2等分するとき，直線**ア**のbの値を求めよ。

□③　点Pが点Dにきたとき，平行四辺形ABCDは直線**ア**によって2つの図形に分けられる。分けられた図形のうち，小さい方の図形の面積と大きい方の図形の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

□(3)　図において，l，mはそれぞれ関数$y=2x-2$，$y=x^2\ (x\leqq 0)$のグラフであり，P，Q，Rはそれぞれl，m，y軸上の点である。このとき次の①，②に答えよ。　(土浦日大)

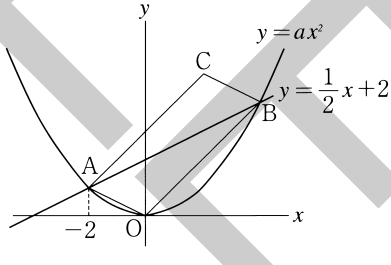


□①　線分PQがx軸に平行でPのx座標が9のとき，Qの座標を求めよ。

□②　Pのx座標が負，R(0 , 17)で4点O，P，Q，Rが平行四辺形の頂点になっているとき，Pの座標を求めよ。

□(4)　右の図のように，放物線$y=ax^2$と直線$y=\frac{1}{2}x+2$は，2点A，Bで交わっている。点Aのx座標は−2である。

四角形AOBCが平行四辺形になるように点Cをとるとき，次の①～③に答えよ。　(北豊島)

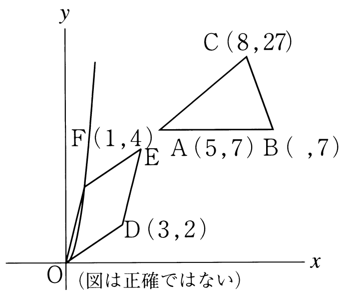


□①　aの値を求めよ。

□②　点Cの座標を求めよ。

□③　直線BCに平行な直線lが平行四辺形AOBCの面積を2等分するとき，直線lを表す式を求めよ。

□(5)　右の図のように，放物線$y=ax^2$ $(x\geqq 0)$上に２頂点O，Fをもつ平行四辺形ODEFの面積を２等分する直線をgとする。直線gが△ABCの頂点Aを通るとき，辺BCと交わる点をHとし，BH：HC＝1：2であるとき，次の①～③に答えよ。　（東京女子学院）

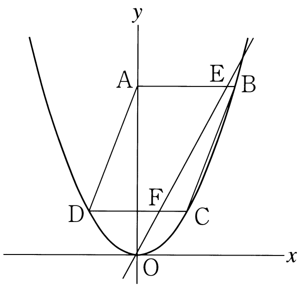


□①　aの値を求めよ。

□②　直線gと放物線が交わる点のx座標を求めよ。

□③　△ABCの頂点Bのx座標を求めよ。

□(6)　図のように，関数$y=\dfrac{1}{4}x^2$のグラフと点A(0, 9)を通りx軸に平行な直線との交点のうち，x座標が正である点をBとする。また放物線上に２点C，Dをとり，四角形ABCDが平行四辺形となるようにする。このとき次の①，②に答えよ。　（和洋国府台女子）

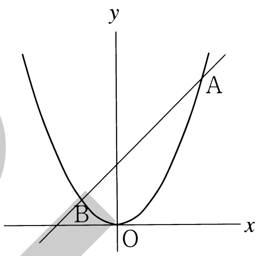


□①　点Dの座標を求めよ。

□②　辺AB上に点Eをとり，原点Oと点Eとを通る直線が辺CDと交わる点をFとする。四角形ADFEと四角形EFCBの面積の比が5：1となるように直線OEの式を求めよ。

□(7)　右図のように，放物線$y=\dfrac{1}{2}x^2$と直線$y=x+4$が２点A，Bで交わっている。

次の①～③に答えよ。　（日大習志野）

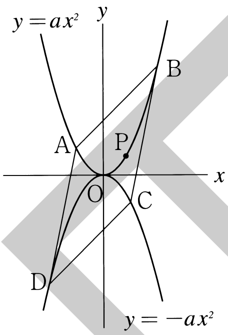


□①　２点A，Bの座標を求めよ。

□②　放物線$y=-\dfrac{1}{4}x^2$上に，四角形ABCDが平行四辺形になるように，２点C，Dをとる。C，Dの座標を求めよ。

□③　②で定めた平行四辺形ABCDの面積を２等分する，原点Oを通る直線の方程式を求めよ。

□(8)　右の図で，A，Bは放物線$y=ax^2$上の点，C，Dは放物線$y=-ax^2$上の点で，四角形ABCDは平行四辺形である。また，Pは放物線$y=ax^2$上の原点Oと点Bの間にある点である。点A，B，Cのx座標がそれぞれ-2，4，2で，直線ABの傾きは1である。次の①～③に答えよ。　（桐朋）



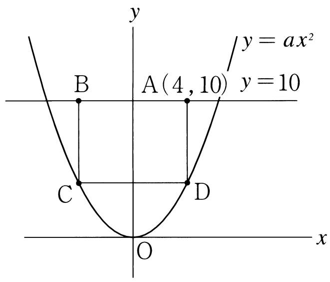
□①　aの値を求めよ。

□②　平行四辺形ABCDの面積を求めよ。

□③　△APCの面積が平行四辺形ABCDの面積の$\dfrac{1}{8}$となるとき，点Pのx座標を求めよ。

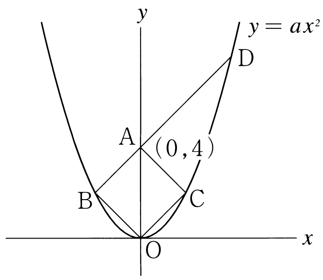
＊例題演習７＊　関数と図形Ⅴ（長方形）

問１　**放物線$y=ax^2$と，直線$y=10$とで囲まれた図形に，長方形ABCDが図のように内接している。AC＝10，点A（４，10）のとき，aの値を求めよ。**　（中大杉並）



解　点Aのx座標が４ → 点Bのx座標は-4 → △ABCで，AC＝10，AB＝$4-(-4)=8$，三平方の定理より，$BC^2=10^2-8^2$ → BC＝6，したがって，点Cのx座標は-4，y座標は$(10-6=)4$ → $4=(-4)^2a$ → $a=\frac{1}{4}$

問２　**右の図のように，原点Oと点A（０，４）を結ぶ線分OAを対角線の１つとする正方形ABOCと放物線$y=ax^2$がある。また，辺BAの延長が放物線と交わる点をDとするとき，次の問いに答えよ。**　（大阪高）



⑴　**aの値を求めよ。**

解　BC＝OA＝4より，点Bのx座標は-2，y座標は$(4\div2=)2$ → $2=(-2)^2a$ → $a=\frac{1}{2}$

⑵　**点Dの座標を求めよ。**

解　直線BAは，傾き$\frac{4-2}{0-(-2)}=1$，切片４ → $y=\frac{1}{2}x^2$と$y=x+4$を連立させて，$\frac{1}{2}x^2=x+4$ → $x^2-2x-8=0$ → $(x-4)(x+2)=0$ → $x=4,\ -2$，したがって，点Dのx座標は４，y座標は$\left(\frac{1}{2}\times4^2=\right)8$ → D（４，８）

⑶　**点Dを通り，正方形ABOCの面積を２等分する直線の方程式を求めよ。**

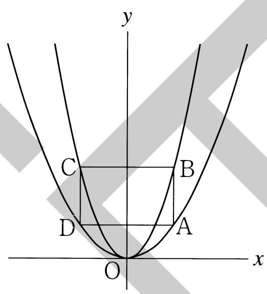
解　線分OAの中点（０，２）を通ることから，傾き$\frac{8-2}{4-0}=\frac{3}{2}$，切片２の直線である。
→ $y=\frac{3}{2}x+2$

ONE POINT ADVICE

例題問１で，AC：AB＝5：4 → AC：BC＝5：3 → $BC=\frac{3}{5}AC=6$（辺の比が3：4：5の直角三角形）

＊実戦演習７＊　次の問いに答えよ。

□⑴　図のように長方形ABCDがあり，２点A，Dは$y=\frac{1}{2}x^2$上に，２点B，Cは$y=2x^2$上にある。点Aのx座標をtとする。ただし，$t>0$とする。次の①～③に答えよ。　（近畿大附）



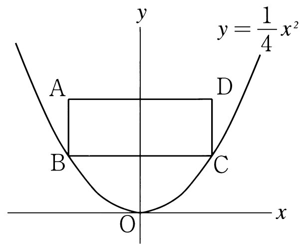
□①　点Cの座標をtで表せ。

□②　長方形ABCDが正方形となるときのtの値を求めよ。

□③　②のときの正方形ABCDの面積を原点を通る２直線で３等分する。このうち，傾きが正の直線の方程式を求めよ。

□(2)　放物線$y=\frac{1}{4}x^2$上に右図のような隣り合う２つの頂点B，Cをもち，各辺が座標軸に平行な長方形ABCDがある。この長方形の周の長さは60である。

次の①～③に答えよ。　　　　　　　　　　　　　(武蔵)

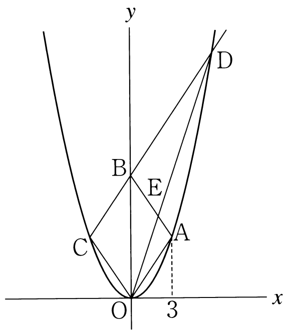


□①　頂点Dのy座標が28のとき，Dのx座標の値を求めよ。

□②　頂点Dのy座標が40のとき，Dのx座標の値を求めよ。

□③　点$(1, 29)$が長方形ABCDの周上にあるときの頂点Cのx座標の値を求めよ。

□(3)　図のように，放物線$y=x^2$上の３点O，A，Cとy軸上の点Bを頂点とするひし形OABCがある。CBの延長と放物線$y=x^2$との交点をD，ODとABとの交点をEとする。点Aのx座標が３のとき，次の①～③に答えよ。　　　　　　　　　　(中大附)



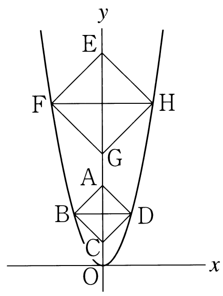
□①　点Dと点Eの座標を求めよ。

□②　△OAEと△DBEの面積の比を求めよ。

□③　点Eと線分CD上の点Fを通る直線が△OCDの面積を２等分するとき，点Fの座標を求めよ。

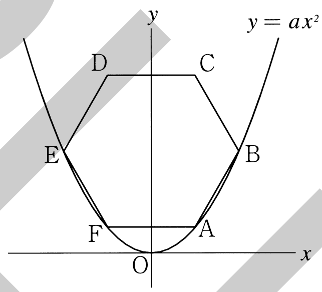
□(4)　図のように，２つの正方形ABCDとEFGHがあって，対角線の長さはそれぞれ$2a$と$2b$で，どちらも対角線の一方がy軸上にあり，もう一方の対角線の両端がともに放物線$y=x^2$上にある。

線分AGの長さが６で，aとbが正の整数であるとき，aとbの値の組(a, b)を求めよ。　　　　　　　　　　(灘)



□(5)　図のように，放物線$y=ax^2$上に４点をのせた１辺２の正六角形ABCDEFがある。(辺AFはx軸と平行とする)

次の①～③に答えよ。　　　　　　　　　　(大阪星光学院)



□①　aの値を求めよ。

□②　２点A，Eを通る直線の式を求めよ。

□③　直線$y=m(x+2)-1$が正六角形ABCDEFの面積を２等分するときのmの値，四角形BCDEの面積を２等分するときのmの値をそれぞれ求めよ。