

18

面積の比

学習日

/

ポイント① 面積の比

● 高さが等しい三角形→底辺の比は面積の比に等しく、面積の比は底辺の比に等しくなります。

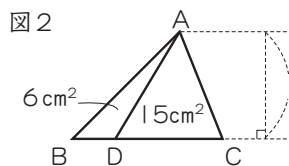
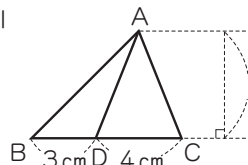
例題 右の図1で、三角形ABDと三角形ACDの面積の比を求めなさい。

解き方 高さを1とすると、三角形ABDの面積：三角形ACDの面積
 $= (3 \times 1 \div 2) : (4 \times 1 \div 2) = \frac{3}{2} : 2 = 3 : 4$ **答** 3 : 4

例題 右の図2で、BDとDCの長さの比を求めなさい。

解き方 高さを1とすると、 $BD : DC = (6 \times 2 \div 1) : (15 \times 2 \div 1)$
 $= 12 : 30 = 2 : 5$ **答** 2 : 5

* 底辺が等しい三角形→高さの比は面積の比に等しく、面積の比は高さの比に等しくなります。



確認問題 1 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図1で、次の①、②の三角形の面積の比を求めなさい。

□① 三角形ABDと三角形ACD

{ }

□② 三角形ABDと三角形ABE

{ }

□(2) 右の図2で、AEとEDの長さの比が3：1で、BDとDCの長さの比が1：4になっています。三角形ABCの面積が40cm²のとき、次の①、②の三角形の面積は何cm²ですか。

□① 三角形ADC

{ }

□② 三角形AEC

{ }

□(3) 右の図3の三角形ABCで、AD：DB=1：2、AE=CEです。また、三角形ADEの面積は12cm²、三角形CEFの面積は20cm²、BC=18cmです。

□① 三角形EBCの面積は何cm²ですか。

{ }

□② BFの長さは何cmですか。

{ }

□(4) 右の図4で、㊸と㊹と㊺と㊻の面積はすべて等しくなっています。

□① AEの長さは何cmですか。

{ }

□② BCの長さは何cmですか。

{ }

図1

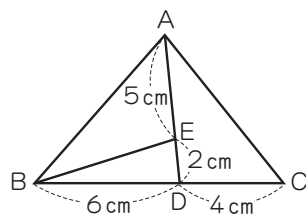


図2

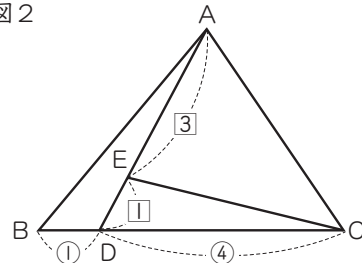


図3

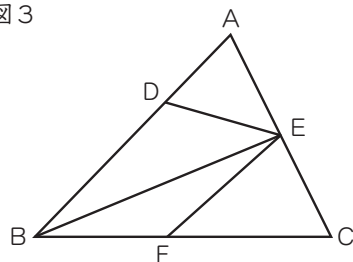
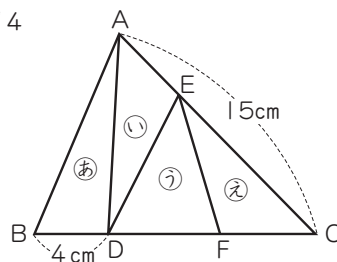
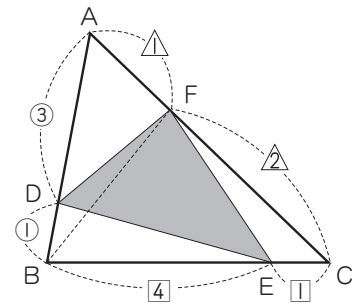


図4



ポイント② 面積の比の応用1

例題 右の図の三角形ABCで、ADとDBの長さの比は3:1、BEとECの長さの比は4:1、CFとFAの長さの比は2:1です。このとき、三角形DEFの面積は三角形ABCの面積の何倍ですか。



解き方 三角形ABCの面積を1とすると、

三角形ABFの面積:三角形CBFの面積=1:2より、

三角形ABFの面積は $(1 \times \frac{1}{1+2}) = \frac{1}{3}$ となり、

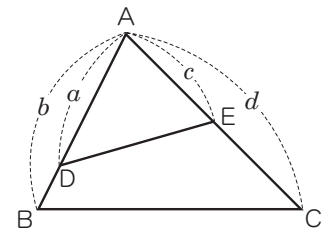
三角形ADFの面積:三角形BDFの面積=3:1より、

三角形ADFの面積は $(\frac{1}{3} \times \frac{3}{1+3}) = \frac{1}{4}$ となります。

同じようにして、三角形BEDの面積は $(1 \times \frac{1}{1+3} \times \frac{4}{4+1}) = \frac{1}{5}$ 、

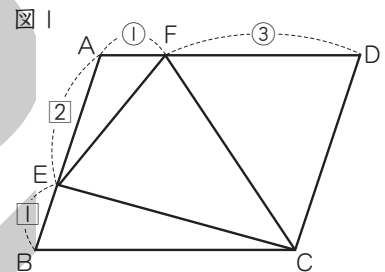
三角形CFEの面積は $(1 \times \frac{1}{4+1} \times \frac{2}{1+2}) = \frac{2}{15}$ となります。したがって、三角形DEFの面積は $(1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{2}{15}) = \frac{5}{12}$ 倍

* 右の図のような1つの角が共通な三角形ABCと三角形ADEにおいて、 $AD:AB=a:b$ 、 $AE:AC=c:d$ のとき、三角形ADEの面積は、三角形ABCの面積の $(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d})$ 倍になります。



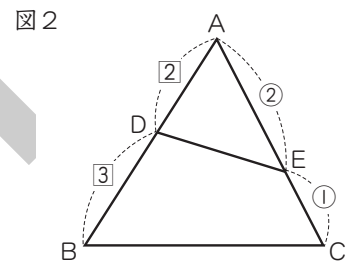
確認問題2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図1の四角形ABCDは面積が 60cm^2 の平行四辺形です。AEとEBの長さの比は2:1で、AFとFDの長さの比は1:3です。このとき、次の①~⑤の面積はそれぞれ何 cm^2 ですか。

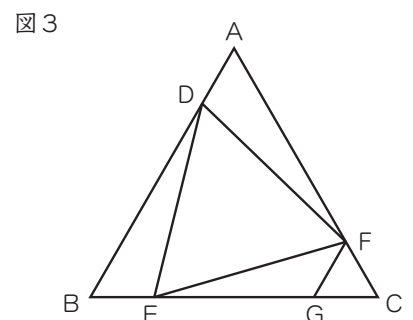


- ① 三角形ACD ()
- ② 三角形DFC ()
- ③ 三角形EBC ()
- ④ 三角形AEF ()
- ⑤ 三角形ECF ()

□(2) 右の図2のような三角形ABCがあり、ADとDBの長さの比は2:3で、AEとECの長さの比は2:1です。このとき、三角形ADEの面積は三角形ABCの面積の何倍ですか。



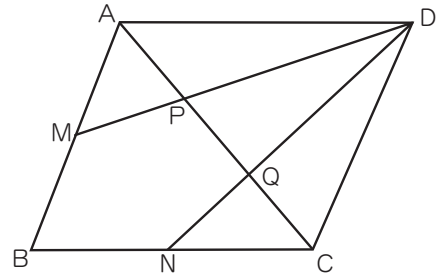
□(3) 1辺の長さが9cmの正三角形ABCがあります。右の図3のように、辺AB、辺BC、辺CA上に、 $AD=BE=CF=CG=2\text{cm}$ となるように、点D、E、F、Gをとりました。



- ① 三角形ECFの面積は三角形ABCの面積の何倍ですか。 ()
- ② 三角形CFGの面積は三角形DEFの面積の何倍ですか。 ()

ポイント③ 面積の比の応用2

例題 右の図の四角形ABCDは平行四辺形です。辺AB, BCのまん中の点をそれぞれM, Nとし, ACとDM, DNが交わる点をそれぞれP, Qとします。



- (1) APとPQとQCの長さの比を求めなさい。
- (2) 平行四辺形ABCDの面積が 60cm^2 のとき, 三角形DPQの面積は何 cm^2 ですか。

解き方 (1) AP, PQ, QCのACに対する割合を求めて長さを比べます。

三角形AMPと三角形CDPで, ABとCDが平行だから, 角MAP=角DCP, 角AMP=角CDP, よって, 三角形AMPと三角形CDPは相似な三角形です。

AP:CP=AM:CD=1:2だから, AC= \square とすると, $AP = \square \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$

三角形AQDと三角形CQNで, ADとBCが平行だから, 角DAQ=角NCQ, 角ADQ=角CNQ, よって, 三角形AQDと三角形CQNは相似な三角形です。

AQ:CQ=AD:CN=2:1だから, AC= \square とすると, $CQ = \square \times \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$

$\rightarrow PQ = AC - AP - CQ = \square - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ だから,

$$AP : PQ : QC = \frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3} = 1 : 1 : 1$$

答 1 : 1 : 1

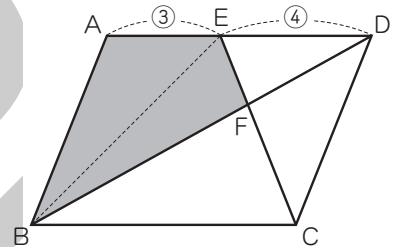
(2) 三角形ACD= $60 \times \frac{1}{2} = 30(\text{cm}^2)$, 三角形DPQ= $30 \times \frac{1}{1+1+1} = 10(\text{cm}^2)$

答 10cm^2

確認問題3 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の四角形ABCDは面積が 154cm^2 の平行四辺形です。

AE:ED=3:4とし, BDとECの交わる点をFとします。



□① BFとFDの長さの比を求めなさい。

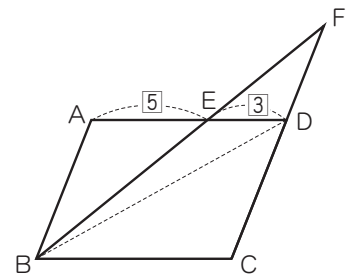
()

□② 四角形ABFEの面積は何 cm^2 ですか。

()

□(2) 右の図の四角形ABCDは面積が 80cm^2 の平行四辺形で, AE:

ED=5:3, BEの延長とCDの延長との交わる点をFとします。



□① 三角形BEDの面積は何 cm^2 ですか。

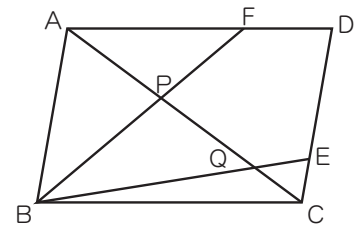
()

□② 三角形EDFの面積は何 cm^2 ですか。

()

□(3) 右の図の平行四辺形ABCDで, 対角線ACとBFの交わる点を

P, ACとBEの交わる点をQとします。AF:FD=2:1, DE:EC=3:1, 三角形PBQの面積は 24cm^2 です。



□① 長さの比AP:PQ:QCを求めなさい。

()

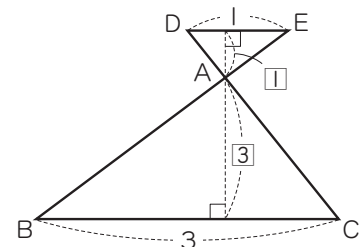
□② 平行四辺形ABCDの面積は何 cm^2 ですか。

()

ポイント④ 相似な図形の面積の比

- 相似な図形の面積の比……2つの相似な三角形の対応する辺の長さの比が、 $a:b$ のとき、2つの三角形の面積の比は、 $(a \times a):(b \times b)$ になる。

例 右の図で、DEとBCは平行、DEとBCの長さの比が1:3のとき、三角形ADEと三角形ACBの面積の比



DEとBCは平行より、三角形ADEと三角形ACBは相似の関係にあります。三角形ADEの高さ(底辺をDEとする)を①とすると、三角形ACBの高さ(底辺をBCとする)は、 $\text{①} \times 3 = \text{③}$ となります。

三角形ADEの面積 : 三角形ACBの面積 = $(1 \times \text{①} \div 2) : (3 \times \text{③} \div 2) = \frac{1}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 9$

* $DE : CB = 1 : 3 \rightarrow$ 三角形ADE : 三角形ACB = $(1 \times 1) : (3 \times 3) = 1 : 9$

- 縮尺と面積の関係……(実際の面積) = (縮図上の面積) \div (縮尺 \times 縮尺)

例 縮尺2万分の1の地図上で表された25cm²の土地の実際の面積(km²で表す)
 $25 \times 20000 \times 20000 \div 10000000000 = 1$ (km²)

確認問題4 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の三角形ABCで、DEとBCは平行です。

□① 三角形ADEと三角形ABCの対応する辺の長さの比を求めなさい。

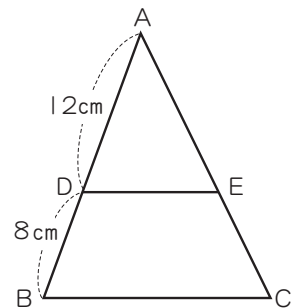
{ }

□② 三角形ADEと三角形ABCの面積の比を求めなさい。

{ }

□③ 三角形ABCの面積が125cm²のとき、台形DBCEの面積は何cm²になりますか。

{ }



□(2) 右の図は、ADとBCが平行な台形ABCDで、三角形ADEの面積は16cm²、三角形BCEの面積は36cm²です。

□① 三角形ADEと三角形BCEの面積の比を求めなさい。

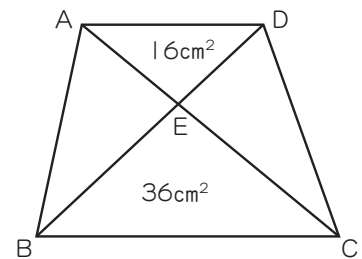
{ }

□② ADとBCの長さの比を求めなさい。

{ }

□③ 台形ABCDの面積は何cm²ですか。

{ }



□(3) 縮尺 $\frac{1}{500}$ の地図上で4cm²の広さは実際には何m²ですか。

{ }

□(4) 縮尺2万5千分の1の地図上で8cm²の土地の実際の面積は何km²ですか。

{ }

□(5) 縮尺 $\frac{1}{50000}$ の地図上で6cm²の広さの畑の実際の面積は何haですか。

{ }

□(6) 実際の面積が4km²の公園があります。この公園の広さは $\frac{1}{20000}$ の地図上では何cm²になりますか。

{ }

練成問題

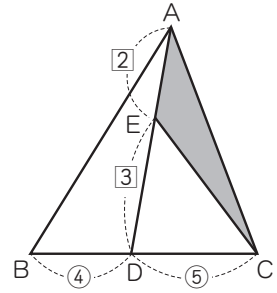
1 右の図で、BDとDCの長さの比が4:5で、AEとEDの長さの比が2:3で、三角形AECの面積は 6cm^2 です。

□(1) 三角形ADCの面積は何 cm^2 ですか。

{ }

□(2) 三角形ABCの面積は何 cm^2 ですか。

{ }



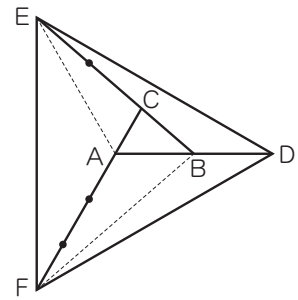
2 右の図で、ABとBDの長さの比が1:1、BCとCEの長さの比が1:2、CAとAFの長さの比が1:3です。三角形ABCの面積は 10cm^2 です。

□(1) 三角形EACの面積は何 cm^2 ですか。

{ }

□(2) 三角形DEFの面積は何 cm^2 ですか。

{ }



3 右の図の台形ABCDで、2つの対角線ACとBDの交った点をPとします。三角形DPC(図の○の部分)の面積は 36cm^2 です。

□(1) 三角形ACDの面積は何 cm^2 ですか。

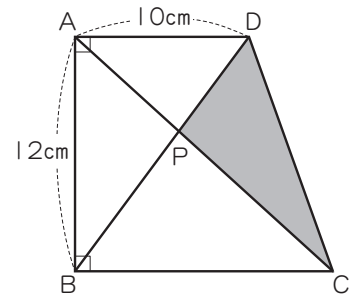
{ }

□(2) APとPCの長さの比を求めなさい。

{ }

□(3) BCの長さは何cmですか。

{ }



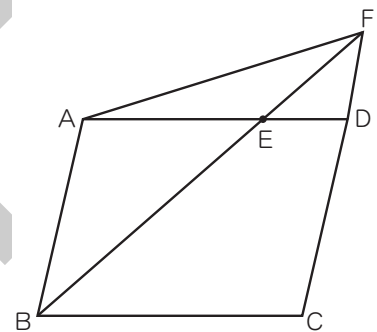
4 右の図の四角形ABCDは平行四辺形で、AEとEDの長さの比は2:1です。BEの延長とCDの延長との交わる点をFとし、AとFを結びます。三角形EDFの面積は 4cm^2 です。

□(1) 三角形ABEの面積は何 cm^2 ですか。

{ }

□(2) 四角形ABCFの面積は何 cm^2 ですか。

{ }



5 右の図は、ある公園の土地の5000分の1の縮図です。この公園の土地の四角形ABCDはひし形で、その対角線AC, BDの長さは、それぞれ8cm, 12cmでした。この公園の実際の面積は何 a ですか。

□

{ }

