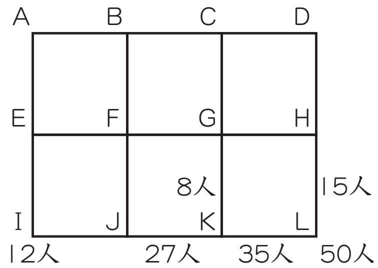
③ 思考力に関する問題

P134 **1**

> (1)　8人　　(2)　最も少なくて15人，最も多くて38人

《解説》 (1)　右の図を参考にしてください。



　L地点に向かう人のうち，H地点を通った人は15人だから，K地点を通った人は，50－15＝35(人)です。また，J地点を通った27人は全員K地点を通るから，K地点を通った人のうち，G地点を通ってきた人は，35－27＝8(人)

(2)　I地点を通った12人は全員J地点を通るから，J地点を通った27人のうち，F地点を通ってきた人は27－12＝15(人)で，これが最少の人数です。また，F地点を通った人が最も多くなるのは，G，K地点を通った人，H地点を通った人がすべてF地点を通った場合で，15＋8＋15＝38(人)です。

2

> (1)　5時間　　(2)　15時間　　(3)　14時間

《解説》 (1)　A町からC町へは，E町を経由した方が早いから，1＋4＝5(時間)

(2)　A町を出発するときとA町にもどるときに，A町からのびている4つの経路のうちの2つを使います。この2つの組み合わせは6つの場合があり，それぞれの場合の途中の経路には2つの場合があります。

出発するときともどるとき	そのときの途中の経路
AB間とAC間(6＋7＝13時間)	B―D―E―C(8時間)か，B―E―D―C(13時間)
AB間とAD間(6＋3＝9時間)	B―C―E―D(11時間)か，B―E―C―D(15時間)
AB間とAE間(6＋1＝7時間)	B―C―D―E(10時間)か，B―D―C―E(9時間)
AC間とAD間(7＋3＝10時間)	C―B―E―D(15時間)か，C―E―B―D(14時間)
AC間とAE間(7＋1＝8時間)	C―B―D―E(9時間)か，C―D―B―E(13時間)
AD間とAE間(3＋1＝4時間)	D―B―C―E(11時間)か，D―C―B―E(16時間)

　それぞれの場合のかかる時間を調べると，移動時間が最短となるのは，出発するときともどるときにAD間とAE間を使う場合で，途中経路がD―B―C―Eのときです。→ 4＋11＝15(時間)

(3)　BE間の移動時間は $8\times\frac{1}{4}=2$(時間)になります。よって，(2)の〰〰の印がついたところの移動時間が8－2＝6(時間)短くなります。移動時間が最短となるのは，出発するときともどるときにAD間とAE間を使う場合で，途中経路がD―C―B―Eのときです。→ 4＋(16－6)＝14(時間)

P135 **3**

> (1)　8192　　(2)　1，8，64

《解説》 (1)　縦の一直線上に並ぶ3つの整数と，横の一直線上に並ぶ3つの整数のうち，中央にくる整数は共通なので，中央の整数をのぞいた，縦の2つの整数の積と，横の2つの整数の積が等しくなるようにします。また，そのときの中央の整数はできるだけ大きい整数を入れると，3つの整数の積が最

も大きくなります。

{1，2，4，8，16，32，64}のうち，大きい方から５つ（4，8，16，32，64）の組み合わせを考えればよく，５つの数が２倍ずつになっているから，横が等しい２数の組を２組作るとき，中央の整数になるのは，最小の 4，真ん中の 16，最大の 64 です。

中央の整数…4，縦と横の２数の組…64×8 と 32×16

中央の整数…16，縦と横の２数の組…64×4 と 32×8

中央の整数…64，縦と横の２数の組…32×4 と 16×8 ★

よって，一直線上に並んだ３つの整数の積が最も大きくなるのは★印をつけたときで，8192 です。

(2) (1)と同様に考えると，７つの数は２倍ずつになっているから，最小の 1，真ん中の 8，最大の 64 があてはまります。

4

①…1(点)，②…7(点)

《解説》 一方がグーで勝つと他方はチョキで負けているから，その回の得点の差は，$10-2=8$(点)，
一方がチョキで勝つと他方はパーで負けているから，その回の得点の差は，$8-3=5$(点)，
一方がパーで勝つと他方はグーで負けているから，その回の得点の差は，$5-1=4$(点)，
あいこのときは，その回の得点の差は０点です。

２回のじゃんけんで，Ａの得点がＢの得点より４点高くなるのは，$4+0=4$ より，２回のうち１回をＡがパーで勝ち，もう１回があいこのとき(Ｂの得点は，$1+0=1$ 点)と，$8-4=4$ より，２回のうち１回をＡがグーで勝ち，もう１回をＢがパーで勝ったとき(Ｂの得点は，$2+5=7$ 点)です。

5

(1) Ａ君が最初に２枚取ればよい。

(2) Ｂ君，理由…(例) 最初にＡ君が１枚取ったときには，次にＢ君が２枚取れば，Ａ君に１枚残る。最初にＡ君が２枚取ったときには，次にＢ君が１枚取れば，Ａ君に１枚残るから。

(3) ７枚の場合，10 枚の場合

《解説》 (3) (2)より，<u>Ａ君が取る番のときにコインの枚数が４枚</u>であれば，Ｂ君は必ずコインを残り１枚にして，Ａ君の取る番にすることができます。よって，Ｂ君がコインの残りを４枚にして，Ａ君の取る番にできれば，Ｂ君は必ず勝てます。ここで，残り４枚の前に１枚あるとき，Ａ君が１枚取ると，残り４枚がＢ君の番から始まるのであてはまりません。２枚のときもＡ君が２枚取ると，残り４枚がＢ君の番から始まります。３枚のときは，Ａ君が１枚取るとき，Ｂ君は２枚，Ａ君が２枚取るとき，Ｂ君は１枚取れば，残り４枚がＡ君の番から始まります。このときの最初のコインの枚数は，$4+3=7$(枚)です。同様に，<u>Ａ君が取る番のときにコインの枚数が７枚</u>であればＢ君は必ず勝てるから，最初のコインの枚数が，$7+3=10$(枚)の場合もＢ君は必ず勝てます。

P136 ⑥

(1) ６通り　(2) ２通り　(3) 24 通り

《解説》 (1) マスの上の段に書かれた３つの数，1，3，5は，どれも２で割ったときの余りが1になる数です。残った３つの数は，2，4，6で，どれも２で割ったときの余りが０になる数だから，それぞれマスの下の段のどこに書き入れてもよいことになります。3つの数字の書き入れ方は左から順に，(2，4，6)(2，6，4)(4，2，6)(4，6，2)(6，2，4)(6，4，2)の６通りあります。

(2) マスの上の段に書かれた３つの数，1，5，6は，２で割ったときの余りがそれぞれ，〔1，1，0〕になる数です。残った３つの数は，2，3，4で，２で割ったときの余りがそれぞれ，〔0，1，0〕になる数です。よって，必ず６の下のマスには３を書き入れます。残った２つのマスに２と４を書き入れればよいから，２通り。

(3) マスの上の段に書き入れる３つの数字は，(1)の1，3，5の組み合わせ，(2)の1，5，6の組み合わせ，問題の図２の1，2，3の組み合わせ以外には，1，2，6の組み合わせしかありません。

1，3，5の組み合わせの場合，上の段の数字の書き入れ方は(1，3，5)(1，5，3)があり，そのそれぞれに，(1)より，下の段のマスの書き入れ方が６通りあるから，書き入れ方は6×2=12(通り)

1，5，6の組み合わせの場合，上の段の数字の書き入れ方は(1，5，6)(1，6，5)があり，そのそれぞれに，(2)より，下の段のマスの書き入れ方が２通りあるから，書き入れ方は２×２=4(通り)

1，2，3の組み合わせの場合，上の段の数字の書き入れ方は(1，2，3)(1，3，2)があり，そのそれぞれに，(2)と同様に，下の段のマスの書き入れ方が2通りあるから，書き入れ方は2×2=4(通り)

1，2，6の組み合わせの場合，上の段の数字の書き入れ方は(1，2，6)(1，6，2)があり，そのそれぞれに，(2)と同様に，下の段のマスの書き入れ方が2通りあるから，書き入れ方は2×2=4(通り)

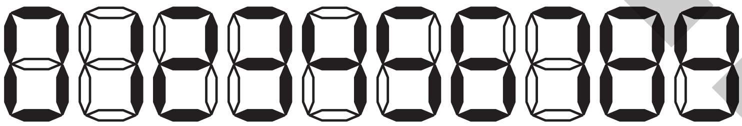
よって，求める数字の書き入れ方は，12+4+4+4=24(通り)

⑦

(1) 16 個　(2) 59　(3) 458

《解説》 この電卓がそれぞれの数を表すときの，黒くなる六角形の個数は下の図の通りです。

0　1　2　3　4　5　6　7　8　9



6ヶ所　2ヶ所　5ヶ所　5ヶ所　4ヶ所　5ヶ所　6ヶ所　3ヶ所　7ヶ所　6ヶ所

(1) 整数Ａの，十の位と一の位の数の，黒くなっている六角形の個数の組み合わせは，(3ヶ所，7ヶ所)(4ヶ所，6ヶ所)(5ヶ所，5ヶ所)のいずれかで，表している数の組み合わせは，それぞれ〔7，8〕〔4，0〕〔4，6〕〔4，9〕〔2，2〕〔2，3〕〔2，5〕〔3，3〕〔3，5〕〔5，5〕です。これらの数を組み合わせて作ることができる２けたの整数は，大きい順に，94，87，78，64，55，53，52，49，46，40，35，33，32，25，23，22 の 16 個です。

⑵　⑴で求めた整数Ａより19小さい2けたの整数の，十の位と一の位の数の黒くなっている六角形の数の和を調べると，75(８ヶ所)，68(13ヶ所)，59(11ヶ所)，45(９ヶ所)，36(11ヶ所)，34(９ヶ所)，33(10ヶ所)，30(11ヶ所)，27(８ヶ所)，21(７ヶ所)，16(８ヶ所)，14(６ヶ所)，13(７ヶ所)となっています。よって，整数Ｂとして考えられるもののうち最も大きいものは，59です。

⑶　３けたの整数Ｃは２倍しても３けたの整数より，499以下の数だから，百の位が最も大きい４であるものから考えていきます。

整数Ｃの，百の位と十の位と一の位の数の，黒くなっている六角形の個数の組み合わせは，(２ヶ所，７ヶ所，７ヶ所)(３ヶ所，６ヶ所，７ヶ所)(４ヶ所，５ヶ所，７ヶ所)(４ヶ所，６ヶ所，６ヶ所)(５ヶ所，５ヶ所，６ヶ所)のいずれかですが，このうち，百の位が４となるものは，(４ヶ所，５ヶ所，７ヶ所)(４ヶ所，６ヶ所，６ヶ所)のどちらかしかありません。これにあてはまる数を使って作ることができる百の位が４である３けたの整数は，それぞれ大きい順に，

(４ヶ所，５ヶ所，７ヶ所)のとき → 485，483，482，$\boxed{458}$，438，428

(４ヶ所，６ヶ所，６ヶ所)のとき → 499，496，490，469，466，460，409，406，400

これらの整数を２倍してできる３けたの整数について，大きいものから順に，百の位と十の位と一の位の数の，黒くなっている六角形の個数の和を調べていくと，998(19ヶ所)，992(17ヶ所)，980(19ヶ所)，970(15ヶ所)，966(18ヶ所)，964(16ヶ所)，938(18ヶ所)，932(16ヶ所)，920(17ヶ所)，916(14ヶ所)，…となっているから，整数Ｃとして考えられるもののうち最も大きいものは，458です。

P137　**8**

⑴　51回…６枚，52回…12枚

⑵　焼く回数…67回

Ａ，Ｂ，Ｃの組…Ａ35回，Ｂ２回，Ｃ30回，または，Ａ34回，Ｂ１回，Ｃ32回，

または，Ａ33回，Ｂ０回，Ｃ34回

《解説》　⑴　ハンバーグを１回焼くときの焼き方は，「大きいハンバーグを２枚焼く」「小さいハンバーグを５枚焼く」「大きいハンバーグを１枚と３枚までの小さいハンバーグをいっしょに焼く」の３通りで，それぞれの回数を(Ａ，Ｂ，Ｃ)で表すことにします。

ここで，Ａは最も多くて，100÷2＝50(回)です。焼く回数が51回のとき，Ａが最も多く，小さいハンバーグの枚数ができるだけ多くなるように焼くと，(50，1，0)です。このとき焼いた小さいハンバーグは5×1＝5(枚)です。ここで，Ａを１回減らすと，代わりにＣの回数を，100－(50－1)×2＝2(回)増やさなければならないので，(49，0，2)となります。このときの焼いた小さいハンバーグの枚数は，最も多くて３×2＝6(枚)です。さらに，Ａを１回ずつ減らしていくと，Ｃの回数を２回ずつ増やさなければならず，(48，0，4)(47，0，6)…となりますが，焼く回数が51回をこえてしまいます。よって，焼く回数が51回のとき，小さいハンバーグは６枚まで焼けます。

焼く回数が52回のときも同様に考えて，(50，2，0)(49，1，2)(48，0，4)~~(47，0，6)~~…より，小さいハンバーグの枚数が最も多くなるのは(48，0，4)のときです。このときの焼いた小

さいハンバーグの枚数は，最も多くて3×4=12(枚)です。

(2)　Cは最も多くて，100÷5=20(回)です。(50，20，0)から考えはじめて，Aを1回ずつ減らしていくと，下のようになります。

(50，20，　0)…………………(46，16，　8)→合計70回
(45，14，10)…………………(41，10，18)→合計69回
(40，　8，20)…………………(36，　4，28)→合計68回
(35，　2，30)(34，　1，32)(33，　0，34)→合計67回

これ以降はBは0で，Aが1減り，Cが2増えるから合計の回数は増えていきます。

よって，最も少ない回数は67回で，A 35回，B 2回，C 30回，または，A 34回，B 1回，C 32回，または，A 33回，B 0回，C 34回

9

(1)　1人　(2)　18人　(3)　12人

《解説》　Cコースを第1希望にした生徒は40−20−17=3(人)です。ここで，それぞれのコースを第1希望にした生徒と第2希望にした生徒の人数を，下の表1のようにまとめると，表の▭の部分の合計の人数が6人です。

(1)　表のあは，Aを第1希望，Cを第2希望にした生徒で，20−16=4(人)だから，いの人数は6−4=2(人)です。ここで，Bの定員は15人で，Bを第1希望にした人が17人いるから，2人が第2希望のCコースに行きます。また，Aの定員も15人ですが，Aを第1希望にした人が20人いるから，5人が第1希望ではないコースに行きます。このうち4人は第2希望のCコースに行けるから，第1希望でも第2希望でもないコースに行かなくてはならならない生徒は，5−4=1(人)

表1

第1希望 ＼ 第2希望	A 20	B 17	C 3
A			
B	16		
C	あ	い	

(2)　表のあといの人数の組み合わせを，(あ，い)と表すと，(あ，い)は，(6，0)(5，1)(4，2)(3，3)(2，4)(1，5)(0，6)が考えられます。それぞれの場合の，第1希望でも第2希望でもないコースに行かなくてはならない生徒の人数は，2人，1人，1人，2人，3人，4人，5人です。第1希望でも第2希望でもないコースに行かなくてはならない生徒の人数が3人のときは，(2，4)のときで，表2のうは，20−2=18(人)

表2

第1希望 ＼ 第2希望	A 20	B 17	C 3
A			
B	う		
C	あ	い	

(3)　第1希望でも第2希望でもないコースに行かなくてはならない生徒の人数が4人のときは，(1，5)のときで，表3のえは，17−5=12(人)

表3

第1希望 ＼ 第2希望	A 20	B 17	C 3
A		え	
B	う		
C	あ	い	

P138 **10**

(1)　5　(2)　1　(3)　4　(4)　162

《解説》　(1)　1から10までの数の和は55だから，A君，B君，C君のカードの数の和をひくと，55−(10+22+18)=5

(2)　５のカードを除いた，９枚のカードのうち，和が 10 になる３枚のカードの組み合わせは，(1，2，7)(1，3，6)しかありません。よって，必ずふくまれている数は１です。

(3)　C君のカードには奇数がふくまれているから，A君のカードが(1，2，7)のとき，C君のカードは(3，6，9)，A君のカードが(1，3，6)のとき，C君のカードは(2，7，9)です。このどちらの場合も，B君のカードは(4，8，10)です。よって，B君のカードで最も小さい数は４です。

(4)　(3)より，C君のカードが(3，6，9)のとき，３つの数の積は 162，C君のカードが(2，7，9)のとき，３つの数の積は 126 です。

⑪

(1)　30 番目　　(2)　70 番目　　(3)　５回　　(4)　1230

《解説》 (1)　１回目の作業で，$\boxed{61}$～$\boxed{100}$までの 40 枚のカードがこの順のまま，$\boxed{1}$のカードの上にのります。２回目の作業で，$\boxed{21}$～$\boxed{60}$までの 40 枚のカードがこの順のまま，$\boxed{61}$のカードの上にのります。このとき，いちばん上にある$\boxed{21}$のカードから数えて，$\boxed{50}$のカードは，50－(21－1)＝30(番目)にあります。

(2)　２回目の作業が終わったとき，下から 40 枚のカードのうち，下の 20 枚は$\boxed{1}$～$\boxed{20}$のカード，その上の 20 枚は$\boxed{81}$～$\boxed{100}$のカードです。３回目の作業を行うと，この 40 枚が$\boxed{21}$のカードの上にのります。$\boxed{50}$のカードは，30＋40＝70(番目)にあります。

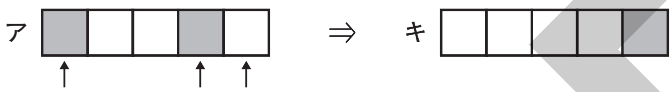
(3)　(1)，(2)より，１回の作業を「→」で表すと，いちばん上にあるカードは，$\boxed{1}$→$\boxed{61}$→$\boxed{21}$→$\boxed{81}$→…となっています。つまり，１回の作業ごとに，いちばん上のカードの数は，60 ずつ大きくなり，100 をこえたときには，その和から 100 を引いた数になります。$\boxed{1}$のカードが再びいちばん上にくるのは，100 と 60 の最小公倍数が 300 より，300÷60＝5(回)

(4)　(3)より，いちばん上のカードは，$\boxed{1}$→$\boxed{61}$→$\boxed{21}$→$\boxed{81}$→$\boxed{41}$→$\boxed{1}$→$\boxed{61}$→$\boxed{21}$→$\boxed{81}$→$\boxed{41}$…のように，５回の作業ごとに同じカードが現れます。61＋21＋81＋41＋1＝205 より，205×(30÷5)＝1230

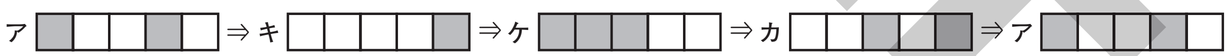
P139　**⑫**

(1)　**キ**　　(2)　４回　　(3)　**ケ**

《解説》 (1)　下の図の矢印で示した板を裏返すから，**キ**の状態になります。



(2)　**ア**の状態にもどるまでに，下の図のように板が裏返しにされていきます。



(3)　(2)より，４回で**ア**の状態にもどるから，50 回裏返すと，50÷4＝12 余り２より，12 回**ア**の状態にもどったあと，２回裏返した状態だから，**ケ**

⑬

(1)　《61》…60，《180》…3　　(2)　7，27，55　　(3)　31 個

《解説》 (1)　61 は，61×1 とだけ表せるから，《61》=61－1=60

180 は，1×180，2×90，3×60，4×45，5×36，6×30，9×20，10×18，12×15 の

９通りに表せるから，《180》＝15－12＝3

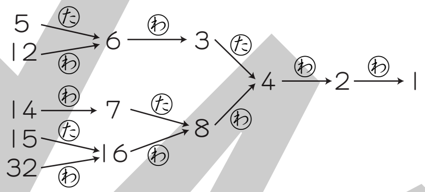
⑵　差が６である２つの整数の組み合わせを，小さい整数から順に考えると，(7，1)(8，2)(9，3)(10，4)(11，5)…で，このときの２数の積はそれぞれ，7，16，27，40，55，…です。ここで，《16》＝4－4＝0，《40》＝8－5＝3となり，６にはならないから，あてはまる整数Ａは，小さいものから順に，7，27，55，…となります。

⑶　差が１である２つの整数の組み合わせを，小さい整数から順に考えると，(1，2)(2，3)(3，4)(4，5)(5，6)…です。ここで，この２数の積は1000より小さいので，２数の組み合わせのうちで数が最も大きい組み合わせは，30×31＝930，31×32＝992，32×33＝1056より，(31，32)です。よって，このような２数の積でできる整数Ａは31個あります。

⑭

⑴　整数の変化…13→14→7→8→4→2→1，回数…６回　⑵　32，15，14，12　⑶　511

《解説》⑵　操作の最後の数１から逆にたどって考えると，５回の操作は下の図のようになります。



⑶　上の図の⑵のとき，１を足す操作をㇳた，２で割る操作をわと表すと，５回の操作で１になる整数のうち，最も大きい数は32で，５回の操作はすべてわです。最も大きい奇数は15で，５回の操作のうち，最初の１回がたで，残りの(5－1＝)4回の操作はすべてわであることが分かります。

よって，10回の操作で１になる整数のうち最も大きい奇数は，最初の１回の操作がたで，残りの(10－1＝)9回の操作がすべてわで１になります。

求める奇数を□とすると，(□＋1)÷2÷2÷2÷2÷2÷2÷2÷2÷2＝1 → □＝1×2×2×2×2×2×2×2×2×2－1＝511

P140　⑮

⑴　4，9，25，49　⑵　10枚　⑶　14

《解説》それぞれのカードは，書かれている数の約数の個数と同じ回数だけ裏返されます。

⑴　約数が３個である数を見つけます。ここで，約数が奇数個である数は，「4」のように，その数を２数の積で表したときに，1×4，$\boxed{2×2}$のように，必ず同じ数どうしの積で表せます。よって，100までの数で，約数が奇数個である数は，(1×1＝)1，(2×2＝)4，(3×3＝)9，…，(10×10＝)100の10個あります。この中で，約数が３個である数は，かけ合わせる同じ数が素数の場合だから，4，9，25，49です。

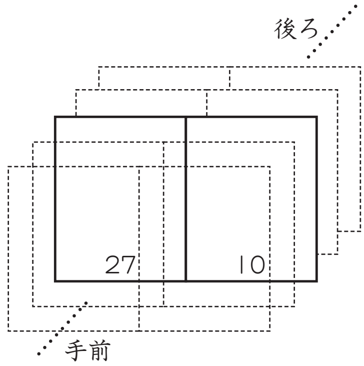
⑵　赤の面が上を向いているカードは，この作業で奇数回裏返されたから，⑴より，約数が奇数個である数が書かれたカードで，10枚

⑶　約数が４個である数を小さい方から順に見つけると，6{1，2，3，6}，8{1，2，4，8}，10{1，2，5，10}，14{1，2，7，14}…だから，小さい方から４番目は，14

⑯

9(枚)

《解説》 右の図のように，問題の図２のページの後ろに重ねられたページを考えます。



右の図の 10 ページのちょうど裏には 9 ページが印刷されているから，1 ページから 8 ページは，右の図の後ろに重ねられた用紙に印刷されています。10 ページと 9 ページのように，続いた２つのページは 1 枚の用紙の裏表に印刷されているから，1 ページから 8 ページは，8÷2＝4(枚)の用紙に印刷されています。

ここで，27 ページの裏には 28 ページがあり，その後ろの 4 枚に続きのページが 2×4＝8(ページ)あるから，この文集は全部で 28＋8＝36(ページ)と分かります。1 枚の用紙には 4 ページが印刷されているから，文集は 36÷4＝9(枚)の用紙でできています。

P141 ⑰

(1) 144 個　(2) 式・考え方…2 分後から 4 分ごとに細胞の個数が 3 の倍数になる。
10 時間＝600 分より，(600－2)÷4＝149 あまり 2 だから，149＋1＝150(回)
答え…150(回)

《解説》 下の表のように，ある時間の細胞の個数は，その時間の 1 分前と 2 分前の細胞の個数の和になっています。

時間 (分裂の回数)	0 分 (0 回)	1 分 (1 回)	2 分 (2 回)	3 分 (3 回)	4 分 (4 回)	5 分 (5 回)	6 分 (6 回)
細胞の個数	1	2	<u>3</u>	5	8	13	<u>21</u>

………

(1) 7 分後の細胞の個数は，6 分後の細胞の個数と 5 分後の細胞の個数の和だから，21＋13＝34(個)です。同じようにして，8 分後の細胞の個数は，34＋21＝55(個)，9 分後の細胞の個数は，55＋34＝89(個)，10 分後の細胞の個数は，89＋55＝<u>144(個)</u>

(2) ある程度の時間まで細胞の個数を求め，細胞の個数が 3 の倍数になるときの時間の規則性を見つけます。

11 分後の細胞の個数は 144＋89＝233(個)，12 分後は 233＋144＝377(個)，13 分後は 377＋233＝610(個)，14 分後は 610＋377＝<u>987(個)</u>，…です。

よって，2 分後に細胞の個数が 3 個となってからは，4 分ごとに細胞の個数が 3 の倍数になると考えられます。

⑱

(1) **ア**…200，**イ**…556(番目)　(2) **ウ**…9(けた)，**エ**…256(個)，**オ**…883(個)

《解説》 (1) 2けた以上の数を作るときは，いちばん大きい位には0は使えません。

1けたの数は2個あります。

2けたの数は，十の位の数字の決め方が1か2の2通りあり，そのそれぞれの場合に，一の位の数字の決め方が0，1，2の3通りあるから，2けたの数は，$2\times3=6$(個)あります。

3けたの数は，百の位の数字の決め方が1か2か3の3通りあり，そのそれぞれの場合に，十の位の数字の決め方が0，1，2，3の4通り，さらにそのそれぞれの場合に，一の位の数字の決め方も0，1，2，3の4通りあるから，3けたの数は，$3\times4\times4=48$(個)あります。

4けたの数は，千の位の数字の決め方が1か2か3か4の4通りあり，そのそれぞれの場合に，百の位の数字の決め方が0か1か2か3か4の5通りあり，さらにそのそれぞれの場合に，十の位の数字の決め方が0，1，2，3，4の5通り，さらにそのそれぞれの場合に，一の位の数字の決め方も0，1，2，3，4の5通りあるから，4けたの数は，$4\times5\times5\times5=500$(個)あります。

ここで，小さい方から25番目の数は，3けたの数の小さい方から$25-2-6=17$(個目)の数です。3けたの数は百の位の数字が1であるものが，$4\times4=16$(個)あるから，3けたの数の小さい方から17個目の数は，百の位の数字が2でいちばん小さい数200です。

また，4444は，$2+6+48+500=556$(番目)の数です。

(2) 9けたの数を作るときは，2から9までの数字をふくまないから，使ってよい数字は0と1だけになります。10けたの数を作ろうとすると，使ってよい数字は0だけとなり，0だけでは10けたの数は作れません。よって，最も大きい数は9けたです。また，9けたの数は，いちばん大きい位が1であり，それ以外の8つの位の数字はそれぞれ0か1の2通りだから，9けたの数は(1)と同様に考えて，$1\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=256$(個)あります。

また，1けたの数は10個あります。

2けたの数は，十の位の数字が1から8の8通りで，そのそれぞれの場合に，一の位の数字が0から8の9通りあるから，2けたの数は，$8\times9=72$(個)あります。

3けたの数は，百の位の数字が1から7の7通りで，そのそれぞれの場合に，十の位の数字が0から7の8通り，さらにそのそれぞれの場合に，一の位の数字が0から7の8通りあるから，3けたの数は，$7\times8\times8=448$(個)あります。

千の位の数字が1である4けたの数は，百の位の数字が0から6の7通りで，そのそれぞれの場合に，十の位の数字が0から6の7通り，さらにそのそれぞれの場合に，一の位の数字が0から6の7通りあるから，千の位の数字が1である4けたの数は，$7\times7\times7=343$(個)あります。

ここで，千の位の数字が2である4けたの数を，小さい順に2012まで書き出すと，2000，2001，2002，2003，2004，2005，2006，2010，2011，2012の10個あるから，2012以下の数は全部で，$10+72+448+343+10=883$(個)

⑲

(1) 39　(2) 26個　(3) 21番目

《解説》 (1) 左から10番目までの数の列は次の通りです。

4, 10, 12, 13, 28, 30, 31, 36, 37, 39

(2) 5つの数の中から2つを足し合わせてできる数は，2つの数の選び方の組み合わせが，(1, 3)(1, 9)(1, 27)(1, 81)(3, 9)(3, 27)(3, 81)(9, 27)(9, 81)(27, 81)の10通りあるから，10個です。

5つの数の中から3つを足し合わせてできる数は，5つの数の中から2つを取り除いて足し合わせてできる数と考えることができます。取り除く2つの数の選び方は，上に書いた10通りだから，5つの数の中から3つを足し合わせてできる数は10個です。

5つの数の中から4つを足し合わせてできる数は，5つの数の中から1つを取り除いて足し合わせてできる数と考えることができます。取り除く1つの数の選び方は5通りだから，5つの数の中から4つを足し合わせてできる数は5個です。

5つの数をすべて足し合わせてできる数は1個です。

よって，全部で10+10+5+1=26(個)

＊　5つの数の使い方について，それぞれに使うか使わないかの2通りがあるので，5つの数の使い方は全部で，2×2×2×2×2=32(通り)あります。ここから，1つの数だけしか使わない場合の5通り，5つすべてを使わない場合の1通りを除いて，32−5−1=26(通り)→26個としてもよいです。

(3) 5つの数をすべて足し合わせてできる数は，1+3+9+27+81=121です。問題の数の列を大きい順に並べかえると，121, 120, 118, 117, 112, 111, …となり，111は大きい方から6番目の数と分かります。よって，111は左から26−(6−1)=21(番目)

⑳

256(回)

《解説》 左から5枚目のカードは，1×3×5×17+2=257が書かれています。

左から1枚目のカードから順に，それぞれ1を引いた数は，(1−1=)0，(3−1=)2，(5−1=)4，(17−1=)16，(257−1=)256，…で，それぞれ2で，(0回)，1回，2回，4回，8回，…まで割ることができます。ここから，カードの数から1引いた数を2で割り切ることができる回数は，2枚目のカードから順に2倍ずつ増えていくと分かります。

よって，左から10枚目のカードの数から1引いた数は，1×2×2×2×2×2×2×2×2=256(回)まで2で割り切ることができます。

㉑

(1) 56個　(2) 511番目　(3) 4945

《解説》 (1) 2けたの整数は，十の位の数字の決め方が0，1，7を除いた7通りあり，そのそれぞれの場合に，一の位の数字の決め方が1，7をのぞいた8通りあるから，2けたの数は，7×8=56(個)あります。

⑵　1けたの整数は，7個あります。

　3けたの整数は，百の位の数字の決め方が0，1，7を除いた7通りあり，そのそれぞれの場合に，十の位の数字の決め方が1，7を除いた8通り，さらにそのそれぞれの場合に，一の位の数字の決め方も1，7を除いた8通りあるから，3けたの整数は，$7\times8\times8=448$(個)あります。

　よって，999は3けたの数のいちばん最後の整数だから，$7+56+448=511$(番目)

⑶　2012番目の整数は，$2012-511=1501$より，4けたの整数の小さい方から1501番目の整数です。

　ここで，千の位の数字が2である4けたの整数は，百の位の数字が1，7を除いた8通りで，そのそれぞれの場合に，十の位の数字が1，7を除いた8通り，さらにそのそれぞれの場合に，一の位の数字が1，7を除いた8通りの数があるから，千の位の数字が2である4けたの数は，$8\times8\times8=512$(個)あります。同様に，千の位の数字が3である4けたの整数も512個あるから，$1501-512\times2=477$より，2012番目の整数は，千の位の数字が4である4けたの整数の，小さい方から477番目の数です。

　よって，十の位の数字，一の位の数字の決め方がそれぞれ8通りであることを利用すると，$477\div(8\times8)=7$余り29より，百の位の数字は，使ってよい数字の$(7+1=)$8番目に大きい9，十の位の数字は，$29\div8=3$余り5より，使ってよい数字の$(3+1=)$4番目に大きい4，一の位の数字は，使ってよい数字の5番目に大きい5です。→ 4945

P143　㉒

⑴　14番目　　⑵　86

《解説》　9の倍数をA，10の倍数をB，9の倍数と10の倍数を足した数をCとして，それぞれ小さい順に並べると，下の図のようになります。

A…	9,		18,		27,		36,		45,		54, …
B…		10,		20,		30,		40,		50,	…
C…				19,		28, 29,		37, 38, 39,		46, 47, 48, 49,	…
d…		1個		2個		3個		4個		5個 …	

⑴　上の図より，40は14番目の数です。

⑵　上の図で，となり合う2つのAの間にあるBとCの数の集まり(AとBの公倍数となるBを除く)をdとすると，左から1番目のAの後ろにあるdには数が1個，2番目のAの後ろにあるdには数が2個，3番目のAの後ろにあるdには数が3個，…ふくまれます。

　よって，例えば上の図の，左から6番目のAより小さい数の個数は，Aが5個，dが$1+2+3+4+5=15$(個)だから，$5+15=20$(個)となります。このように考えて，7番目のAより小さい数の個数は，$6+(1+2+3+4+5+6)=27$(個)，8番目のAより小さい数の個数は，$7+(1+2+3+4+5+6+7)=35$(個)，9番目のAより小さい数の個数は，$8+(1+2+3+4+5+6+7+8)=44$(個)です。

　このとき，となり合う2つのAの差は9で，その間にある整数は8個だから，9番目のAの手前にある8つ目のdには，8番目のAと9番目のAの間にあるすべての整数がふくまれ，これ以降の

dはすべて，となり合う2つのAの間にある整数をふくみます。

ここで，50番目の数は，9番目のA(9×9=81)の後ろにある9つ目のdの，小さい方から50−44−1=5(番目)の数だから，82，83，84，85，86で，86です。

23

(1) (例) Aの数の並びは，1から6ずつ大きくなる数の並びで，現れる数の一の位の数字は，1，7，3，9，5のいずれかしかない。Bの数の並びは，一の位が6である数の並びだから，AとBに共通して現れる数はない。

(2) (例) Bの数の並びは，一の位が6である数の並びである。Cの数の並びは，10から15ずつ大きくなる数の並びで，現れる数の一の位の数字は，0，5のどちらかだから，BとCに共通して現れる数はない。

(3) 604個

《解説》 (1)(2) (3)を解く上で，並んだ数の一の位の数に着目するとよいです。

(3) AとCの数の並びに共通する数を考えると，問題の図より，AとCの数の並びに共通するいちばん小さい数は25で，その後，6と15の最小公倍数である30ずつ大きい数が，AとCに共通して現れます。2012以下の数で，このような数の個数は，(2012−25)÷30=66余り7より，66+1=67(個)あります。

また，Aの数の並びで，2012以下の数の個数は，(2012−1)÷6=335余り1より，335+1=336(個)，Bの数の並びで，2012以下の数の個数は，(2012−6)÷10=200余り6より，200+1=201(個)，Cの数の並びで，2012以下の数の個数は，(2012−10)÷15=133余り7より，133+1=134(個)です。

よって，(1)，(2)より，AとB，BとCに共通して現れる数はないことから，A，B，Cそれぞれの2012以下の数の個数の和から，AとCに共通して現れる数の個数を引いて，336+201+134−67=604(個)

24

(1) 271番　(2) 243個

《解説》 (1) 右の図1のように，7番まで正六角形を並べたとき，1番の正六角形に接するように並んだ6つの正六角形でできる図形を，太い点線で示したような正六角形と考えると，太い点線の正六角形の1辺には，小さな正六角形が2個並んでいます。また，図2のように，19番までの正六角形を並べたとき，図1の図形の周りに接するように並んだ，8番から19番の正六角形でできる図形を，太い点線で示したような正六角形と考えると，太い点線の正六角形の1辺には，小さな正六角形が3個並んでいます。さらに図3で，図2の図形の周りに接するように並んだ正六角形でできる図形を，太い点線で示したような正六角形と考えると，太い点線の正六角形の1辺には，小さな正六角形が4個並んでいます。

このように考えると，太い点線の正六角形の1辺にある小さな正六角形の個

図1

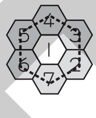


図2

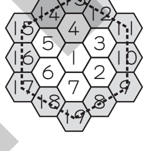
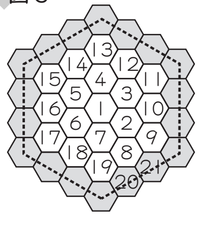


図3



数は，太い点線の正六角形の小さいものから順に，２個，３個，４個，５個，６個，…となっていると考えることができます。

よって，１番の正六角形から数えてまっすぐ下へ10個目まで正六角形を並べたときの，すべての正六角形の個数は，最初の１個目の正六角形と，その周りを囲む小さい正六角形の数を順に足していった数だから，$1+6+(2\times6)+(3\times6)+(4\times6)+(5\times6)+(6\times6)+(7\times6)+(8\times6)+(9\times6)=1+6+12+18+24+30+36+42+48+54=271$(個) → 271番

(2) (1)より，300番の正六角形は，271番の正六角形のあとに正六角形を $300-271=29$(個)並べたところにあります。

右の図４で，(1)より，　の色をつけた小さい正六角形の個数は54個で，太い点線の正六角形の１辺にある小さな正六角形の個数は10個です。よって，300番の正六角形は，１辺に小さな正六角形が11個ある正六角形の辺上にあり，右の図４で示した位置にあると分かります。

このとき，周りを完全に囲まれていない小さな正六角形は，右の図５の　の色をつけた正六角形で，$(54\div2+1)+29=57$(個)あるから，周りを完全に囲まれている小さな正六角形は，$300-57=243$(個)

図４

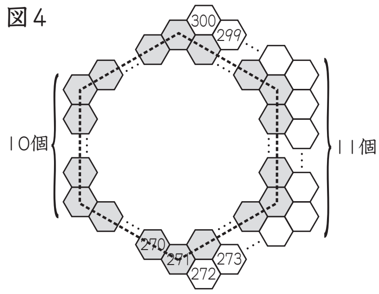


図５