9 数列 等比数列の和

学習の目標

❶ 等比数列の和が求められるようになろう。
❷ 等比数列の２種類の和が与えられたとき，一般項が求められるようになろう。

基本 Q1

次の等比数列の和 S を求めなさい。

(1) 初項 3，公比 -2，項数 5　　(2) 初項 1，公比 $\frac{1}{2}$，項数 n

等比数列の和

等比数列の初項から第 n 項までの和を求める公式は，次のようになる。

初項 a，公比 r の等比数列の，初項から第 n 項までの和 S_n は，

$r \neq 1$ のとき，$S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$ または $S_n = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$ ←$r<1$ のときは左の式 $r>1$ のときは右の式を使うと計算しやすい。

$r = 1$ のとき，$S_n = na$

★ 考え方 ★

(1)，(2)とも公比が 1 ではないので，$r \neq 1$ のときの公式を使って求める。

答案

(1) $S = \dfrac{3\{1-(-2)^5\}}{1-(-2)}$
$= \dfrac{3\{1-(-32)\}}{3}$
$= 33$ ……答

(2) $S = \dfrac{1 \cdot \left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{2}}$
$= 2\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$ ……答

重要 Q2

等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，$S_3 = 7$，$S_6 = 63$ である。一般項 a_n を求めなさい。ただし，公比は実数とする。

等比数列の和から一般項を求める

等比数列の初項からの和が 2 種類与えられたとき，一般項は次の手順で求める。

〔1〕 初項を a，公比を r として，2 種類の和から a，r の連立方程式をつくる。
〔2〕 〔1〕の方程式を解いて a，r を求め，一般項を求める。

等比数列の一般項 P.28 Q2
初項 a，公比 r の等比数列の一般項を a_n とすると，
$a_n = ar^{n-1}$

★ 考え方 ★

初項を a，公比を r として，r が 1 か 1 でないかをまず調べ，$S_3 = 7$，$S_6 = 63$ の 2 つの条件を a，r の方程式で表す。
連立方程式を解くときは，S_6 の分子が因数分解できることに着目すると，2 つの等式から r だけの方程式がつくれる。

答案

初項を a，公比を r とする。
$r = 1$ とすると，$S_3 = 3a = 7$，$S_6 = 6a = 63$ となって，これを同時に満たす a はないので $r \neq 1$ である。

$S_3 = 7$ より，$\dfrac{a(r^3-1)}{r-1} = 7$ ……①

$S_6 = 63$ より，$\dfrac{a(r^6-1)}{r-1} = 63$

$\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}(r^3+1) = 63$ ……②

①，②より，
$7(r^3+1) = 63$
$r^3 = 8$
$r = 2$

①より，$7a = 7$
$a = 1$

よって，一般項は，
$a_n = 1 \cdot 2^{n-1}$
$= 2^{n-1}$ ……答

Q1 〈等比数列の和〉について，まとめよう。

まとめ

■ 初項 a，公比 r の等比数列の，初項から第 n 項までの和 S_n は，

$r \neq 1$ のとき，$S_n = \boxed{\quad}$ または $S_n = \boxed{\quad}$

$r = 1$ のとき，$S_n = \boxed{\quad}$

確認問題

● 次の等比数列の和 S を求めなさい。

□(1) 初項 2，公比 3，項数 4　　□(2) 初項 4，公比 -5，項数 n

(1) $S = \dfrac{\boxed{\quad}(\boxed{\quad}^4 - 1)}{\boxed{\quad} - 1}$
$= \boxed{\quad}$

(2) $S = \dfrac{\boxed{\quad}\{1-(\boxed{\quad})^n\}}{1-(\boxed{\quad})}$
$= \boxed{\quad}$

Q2 〈等比数列の和から一般項を求める〉について，まとめよう。

まとめ

■ 等比数列の初項からの和が 2 種類与えられたとき，一般項は次の手順で求める。

〔1〕 初項を a，公比を r として，2 種類の和から a，r の連立方程式をつくる。

〔2〕 〔1〕の方程式を解いて a，r を求め，一般項を求める。

初項 a，公比 r の等比数列の一般項を a_n とすると，$a_n = \boxed{\quad}$

確認問題

□ 等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，$S_3 = 6$，$S_6 = -42$ である。
一般項 a_n を求めなさい。ただし，公比は実数とする。

初項を a，公比を r とする。
$r = 1$ とすると，$S_3 = 3a = 6$，$S_6 = 6a = -42$ となって，これを同時に満たす a はないので $r \neq 1$ である。

$S_3 = 6$ より，$\boxed{\quad} = 6$ ……①

$S_6 = -42$ より，$\boxed{\quad} = -42$

$\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}(\boxed{\quad}) = -42$ ……②

①，②より，$6(\boxed{\quad}) = -42$
$r^3 = \boxed{\quad}$
$r = \boxed{\quad}$

①より，$a = \boxed{\quad}$

一般項は，$a_n = \boxed{\quad}$

演習問題

1 次の等比数列の和 S を求めなさい。 →Q1

(1) 初項 6，公比 2，項数 5

(2) 初項 54，公比 $\frac{1}{3}$，項数 4

(3) 初項 5，公比 1，項数 20

(4) 初項 3，公比 -5，項数 n

2 等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。
次の場合に，一般項 a_n を求めなさい。ただし，公比は実数とする。 →Q2

(1) $S_3=14$，$S_6=126$

(2) $S_5=-11$，$S_{10}=341$

3 次の等比数列について，あとの問いに答えなさい。

2，-6，18，-54，……，1458

(1) 項数を求めなさい。

(2) この等比数列の和 S を求めなさい。

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

初項 a，公比 r の等比数列の，初項から第 n 項までの和 S_n は，

$r \neq 1$ のとき，$S_n=$ ☐ または $S_n=$ ☐

$r=1$ のとき，$S_n=$ ☐

1 次の等比数列の和 S を求めなさい。

(1) 初項 8，公比 $\frac{1}{2}$，項数 5

(2) 初項 7，公比 -3，項数 n

2 次の問いに答えなさい。

等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，$S_4=5$，$S_8=410$ である。
一般項 a_n を求めなさい。ただし，公比は正の数である。

★自分でチェックしてみよう★ ●等比数列の和

項　目	1回目（　／　）	2回目（　／　）	3回目（　／　）	ここに戻る
等比数列の和が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→Q1
等比数列の２種類の和から，一般項が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→Q2

先生メモ

TEST 1

■定期試験対策

等差数列と等比数列

学習日　　月　　日

到達目標

❶数列に関する用語を覚え，一般項について考えることができる。

❷等差数列，等比数列の一般項や和について考えることができる。

得点　／100

1 次の問いに答えなさい。【各 4 点× 5】

(1) 一般項が $a_n=7n-4$ である数列 $\{a_n\}$ について，初項から第 4 項までを順に書きなさい。

(2) 次のような数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を，n の式で表しなさい。

1，4，9，16，25，……

(3) 初項 5，公差 -4 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

(4) 第 3 項が 5，第 8 項が 15 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

(5) 次の数列が等差数列であるとき，x の値を求めなさい。

-5，x，17

小計　／20

2 次の問いに答えなさい。【各 4 点× 5】

(1) 初項 3，末項 20，項数 6 の等差数列の和 S を求めなさい。

(2) 初項 4，公差 2 の等差数列で，初項から第何項までの和が 40 になるか求めなさい。

(3) 初項 5，公比 -3 の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

(4) 第 2 項が 8，第 5 項が 64 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。ただし，公比は実数とする。

(5) 初項 8，公比 5 の等比数列の初項から第 n 項までの和 S を求めなさい。

小計　／20

3 初項 50，公差 -4 の等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えなさい。【各 5 点× 3】

(1) 一般項 a_n を求めなさい。

(2) 第何項から負の数になるか求めなさい。

(3) この数列の正の項だけのすべての和を求めなさい。

小計 ／15

4 10 から 100 までの整数について，次のような数の和を求めなさい。【各 5 点× 3】

(1) 3 の倍数

(2) 3 で割ると 1 余る数

(3) 3 で割り切れない数

小計 ／15

5 4 つの数からなる数列

$2,\ a,\ 18,\ b$

がある。次の問いに答えなさい。

【(1) 7 点，(2) 8 点】

(1) この数列が等差数列であるとき，a，b の値を求めなさい。

(2) この数列が等比数列であるとき，a，b の値を求めなさい。

小計 ／15

6 等比数列 $\{a_n\}$ の各項は実数で，初項から第 3 項までの和は 21，第 4 項から第 6 項までの和は 168 である。次の問いに答えなさい。

【(1) 10 点，(2) 5 点】

(1) 一般項 a_n を求めなさい。

(2) 初項から第 n 項までの和を求めなさい。

小計 ／15

本冊p.36～39の解答

学習日　　月　　日

9 数列 等比数列の和

学習の目標
❶ 等比数列の和が求められるようになろう。
❷ 等比数列の２種類の和が与えられたとき，一般項が求められるようになろう。

基本 Q1 次の等比数列の和 S を求めなさい。
(1) 初項 3，公比 -2，項数 5　　(2) 初項 1，公比 $\frac{1}{2}$，項数 n

等比数列の和
等比数列の初項から第 n 項までの和を求める公式は，次のようになる。
初項 a，公比 r の等比数列の，初項から第 n 項までの和 S_n は，
$r \neq 1$ のとき，$S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$ または $S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$ ←$r<1$ のときは左の式 $r>1$ のときは右の式を使うと計算しやすい。
$r=1$ のとき，$S_n=na$

★ 考え方 ★
(1)，(2)とも公比が 1 ではないので，$r\neq1$ のときの公式を使って求める。

答案
(1) $S=\dfrac{3\{1-(-2)^5\}}{1-(-2)}=\dfrac{3\{1-(-32)\}}{3}=33$ ……答
(2) $S=\dfrac{1\cdot\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{2}}=2\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$ ……答

重要 Q2 等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，$S_3=7$，$S_6=63$ である。一般項 a_n を求めなさい。ただし，公比は実数とする。

等比数列の和から一般項を求める
等比数列の初項からの和が 2 種類与えられたとき，一般項は次の手順で求める。
〔1〕 初項を a，公比を r として，2 種類の和から a，r の連立方程式をつくる。
〔2〕 〔1〕の方程式を解いて a，r を求め，一般項を求める。

等比数列の一般項 P.28 Q2
初項 a，公比 r の等比数列の一般項を a_n とすると，
$a_n=ar^{n-1}$

★ 考え方 ★
初項を a，公比を r として，r が 1 か 1 でないかをまず調べ，$S_3=7$，$S_6=63$ の 2 つの条件を a，r の方程式で表す。
連立方程式を解くときは，S_6 の分子が因数分解できることに着目すると，2 つの等式から r だけの方程式がつくれる。

答案
初項を a，公比を r とする。
$r=1$ とすると，$S_3=3a=7$，$S_6=6a=63$ となって，これを同時に満たす a はないので $r\neq1$ である。
$S_3=7$ より，$\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}=7$ ……①
$S_6=63$ より，$\dfrac{a(r^6-1)}{r-1}=63$
$\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}(r^3+1)=63$ ……②
①，②より，$7(r^3+1)=63$
$r^3=8$
$r=2$
①より，$7a=7$
$a=1$
よって，一般項は，
$a_n=1\cdot2^{n-1}=2^{n-1}$ ……答

Q1 〈等比数列の和〉について，まとめよう。

まとめ
■ 初項 a，公比 r の等比数列の，初項から第 n 項までの和 S_n は，
$r\neq1$ のとき，$S_n=\boxed{\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}}$ または $S_n=\boxed{\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}}$
$r=1$ のとき，$S_n=\boxed{na}$

確認問題
● 次の等比数列の和 S を求めなさい。
(1) 初項 2，公比 3，項数 4　　(2) 初項 4，公比 -5，項数 n

(1) $S=\dfrac{\boxed{2}(\boxed{3}^4-1)}{\boxed{3}-1}=\boxed{80}$
(2) $S=\dfrac{\boxed{4}\{1-(\boxed{-5})^n\}}{1-(\boxed{-5})}=\boxed{\frac{2}{3}\{1-(-5)^n\}}$

Q2 〈等比数列の和から一般項を求める〉について，まとめよう。

まとめ
■ 等比数列の初項からの和が 2 種類与えられたとき，一般項は次の手順で求める。
〔1〕 初項を a，公比を r として，2 種類の和から a，r の連立方程式をつくる。
〔2〕 〔1〕の方程式を解いて a，r を求め，一般項を求める。
初項 a，公比 r の等比数列の一般項を a_n とすると，$a_n=\boxed{ar^{n-1}}$

確認問題
等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，$S_3=6$，$S_6=-42$ である。一般項 a_n を求めなさい。ただし，公比は実数とする。

初項を a，公比を r とする。
$r=1$ とすると，$S_3=3a=6$，$S_6=6a=-42$ となって，これを同時に満たす a はないので $r\neq1$ である。
$S_3=6$ より，$\boxed{\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}}=6$ ……①
$S_6=-42$ より，$\boxed{\dfrac{a(r^6-1)}{r-1}}=-42$
$\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}(\boxed{r^3+1})=-42$ ……②
①，②より，$6(\boxed{r^3+1})=-42$
$r^3=\boxed{-8}$
$r=\boxed{-2}$
①より，$a=\boxed{2}$
一般項は，$a_n=\boxed{2\cdot(-2)^{n-1}}$

演習問題

1 次の等比数列の和 S を求めなさい。 → Q1

(1) 初項 6，公比 2，項数 5
$S=\dfrac{6(2^5-1)}{2-1}=186$ ……答

(2) 初項 54，公比 $\frac{1}{3}$，項数 4
$S=\dfrac{54\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^4\right\}}{1-\frac{1}{3}}=81\left(1-\dfrac{1}{81}\right)=80$ ……答

(3) 初項 5，公比 1，項数 20
$S=20\cdot5=100$ ……答

(4) 初項 3，公比 -5，項数 n
$S=\dfrac{3\{1-(-5)^n\}}{1-(-5)}=\dfrac{1}{2}\{1-(-5)^n\}$ ……答

2 等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。次の場合に，一般項 a_n を求めなさい。ただし，公比は実数とする。 → Q2

(1) $S_3=14$，$S_6=126$
初項を a，公比を r とする。
$r=1$ とすると，$S_3=3a=14$，$S_6=6a=126$ となって，これを同時に満たす a はないので $r\neq1$ である。
$S_3=14$ より，$\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}=14$ ……①
$S_6=126$ より，$\dfrac{a(r^6-1)}{r-1}=126$
$\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}(r^3+1)=126$ ……②
①，②より，$14(r^3+1)=126$
$r^3=8$
$r=2$
①より，$7a=14$
$a=2$
一般項は，$a_n=2\cdot2^{n-1}=2^n$ ……答

(2) $S_5=-11$，$S_{10}=341$
初項を a，公比を r とする。
$r=1$ とすると，$S_5=5a=-11$，$S_{10}=10a=341$ となって，これを同時に満たす a はないので $r\neq1$ である。
$S_5=-11$ より，$\dfrac{a(r^5-1)}{r-1}=-11$ ……①
$S_{10}=341$ より，$\dfrac{a(r^{10}-1)}{r-1}=341$
$\dfrac{a(r^5-1)}{r-1}(r^5+1)=341$ ……②
①，②より，$-11(r^5+1)=341$
$r^5=-32$
$r=-2$
①より，$11a=-11$
$a=-1$
一般項は，$a_n=-1\cdot(-2)^{n-1}=-(-2)^{n-1}$ ……答

3 次の等比数列について，あとの問いに答えなさい。
2，-6，18，-54，……，1458

(1) 項数を求めなさい。
初項 2，公比 -3 だから，第 n 項 a_n は，
$a_n=2\cdot(-3)^{n-1}$
これが 1458 であるとき，
$2\cdot(-3)^{n-1}=1458$
$(-3)^{n-1}=729$
$(-3)^{n-1}=(-3)^6$
よって，$n-1=6$
$n=7$
だから，項数は 7 ……答

(2) この等比数列の和 S を求めなさい。
初項 2，公比 -3，項数 7 だから，
$S=\dfrac{2\{1-(-3)^7\}}{1-(-3)}=\dfrac{1-(-3)^7}{2}=1094$ ……答

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。
初項 a，公比 r の等比数列の，初項から第 n 項までの和 S_n は，
$r\neq1$ のとき，$S_n=\boxed{\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}}$ または $S_n=\boxed{\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}}$
$r=1$ のとき，$S_n=\boxed{na}$

1 次の等比数列の和 S を求めなさい。
(1) 初項 8，公比 $\frac{1}{2}$，項数 5
$S=\dfrac{8\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right\}}{1-\frac{1}{2}}=16\left(1-\dfrac{1}{32}\right)=\dfrac{31}{2}$ ……答

(2) 初項 7，公比 -3，項数 n
$S=\dfrac{7\{1-(-3)^n\}}{1-(-3)}=\dfrac{7}{4}\{1-(-3)^n\}$ ……答

2 次の問いに答えなさい。
等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，$S_4=5$，$S_8=410$ である。一般項 a_n を求めなさい。ただし，公比は正の数である。
初項を a，公比を r とする。
$r=1$ とすると，$S_4=4a=5$，$S_8=8a=410$ となって，これを同時に満たす a はないので $r\neq1$ である。
$S_4=5$ より，$\dfrac{a(r^4-1)}{r-1}=5$ ……①
$S_8=410$ より，$\dfrac{a(r^8-1)}{r-1}=410$
$\dfrac{a(r^4-1)}{r-1}(r^4+1)=410$ ……②
①，②より，$5(r^4+1)=410$
$r^4=81$
$r>0$ だから，$r=3$
①より，$40a=5$
$a=\dfrac{1}{8}$
一般項は，$a_n=\dfrac{1}{8}\cdot3^{n-1}$ ……答

★自分でチェックしてみよう★　●等比数列の和

項　目	1回目（　／　）	2回目（　／　）	3回目（　／　）	ここに戻る
等比数列の和が求められた	yes ／ no	yes ／ no	yes ／ no	→ Q1
等比数列の２種類の和から，一般項が求められた	yes ／ no	yes ／ no	yes ／ no	→ Q2

先生メモ

本冊p.40～43の解答

TEST 1 ■定期試験対策 等差数列と等比数列

学習日　　月　　日

✦ 到達目標 ✦
❶数列に関する用語を覚え，一般項について考えることができる。
❷等差数列，等比数列の一般項や和について考えることができる。

得点　／100

1 次の問いに答えなさい。【各 4 点× 5】

(1) 一般項が $a_n=7n-4$ である数列 $\{a_n\}$ について，初項から第 4 項までを順に書きなさい。
$a_1=7\cdot1-4=3$
$a_2=7\cdot2-4=10$
$a_3=7\cdot3-4=17$
$a_4=7\cdot4-4=24$
［3，10，17，24］

(2) 次のような数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を，n の式で表しなさい。
1，4，9，16，25，……
1^2，2^2，3^2，4^2，5^2，……
だから，一般項は
$a_n=n^2$
［$a_n=n^2$］

(3) 初項 5，公差 -4 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。
$a_n=5+(n-1)\cdot(-4)=-4n+9$
［$a_n=-4n+9$］

(4) 第 3 項が 5，第 8 項が 15 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。
初項を a，公差を d とすると，一般項は，
$a_n=a+(n-1)d$
第 3 項が 5 だから，$5=a+2d$ ……①
第 8 項が 15 だから，$15=a+7d$ ……②
①，②を解くと，
$a=1$，$d=2$
一般項は，$a_n=1+(n-1)\cdot2=2n-1$
［$a_n=2n-1$］

(5) 次の数列が等差数列であるとき，x の値を求めなさい。
-5，x，17
数列 -5，x，17 が等差数列だから，
$2x=-5+17$
$2x=12$
$x=6$
［$x=6$］

小計　／20

2 次の問いに答えなさい。【各 4 点× 5】

(1) 初項 3，末項 20，項数 6 の等差数列の和 S を求めなさい。
$S=\dfrac{1}{2}\cdot6(3+20)=69$
［$S=69$］

(2) 初項 4，公差 2 の等差数列で，初項から第何項までの和が 40 になるか求めなさい。
初項から第 n 項までの和が 40 になるとき，
$\dfrac{1}{2}n\{2\cdot4+(n-1)\cdot2\}=40$
$n(n+3)=40$
$n^2+3n-40=0$
$(n+8)(n-5)=0$
n は自然数だから，$n=5$
よって，第 5 項
［第 5 項］

(3) 初項 5，公比 -3 の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。
［$a_n=5\cdot(-3)^{n-1}$］

(4) 第 2 項が 8，第 5 項が 64 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。ただし，公比は実数とする。
初項を a，公比を r とする。
第 2 項が 8 だから，$ar=8$ ……①
第 5 項が 64 だから，$ar^4=64$ ……②
②÷①より，$r^3=8$
$r=2$
①より，$a=4$
一般項は，$a_n=4\cdot2^{n-1}$
［$a_n=4\cdot2^{n-1}$］
$(a_n=2^{n+1})$

(5) 初項 8，公比 5 の等比数列の初項から第 n 項までの和 S を求めなさい。
$S=\dfrac{8(5^n-1)}{5-1}=2(5^n-1)$
［$S=2(5^n-1)$］

小計　／20

TEST 1

3 初項 50，公差 -4 の等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えなさい。【各 5 点× 3】
(1) 一般項 a_n を求めなさい。
(2) 第何項から負の数になるか求めなさい。
(3) この数列の正の項だけのすべての和を求めなさい。

(1) $a_n=50+(n-1)\cdot(-4)=-4n+54$ ……答
(2) 負の数になるとき，
$-4n+54<0$
$n>\dfrac{54}{4}=13.5$
n は自然数だから，$n\geqq14$
よって，第 14 項 ……答
(3) $a_1=50$
$a_{13}=-4\cdot13+54=2$
正の項は初項から第 13 項までだから，その和は，
$\dfrac{1}{2}\cdot13(50+2)=338$ ……答
【別解】
(2)より，第 13 項までは正の項だから，初項 50，公差 -4 の等差数列の初項から第 13 項までの和を求める。
$\dfrac{1}{2}\cdot13\{2\cdot50+(13-1)\cdot(-4)\}=338$

小計　／15

4 10 から 100 までの整数について，次のような数の和を求めなさい。【各 5 点× 3】
(1) 3 の倍数
(2) 3 で割ると 1 余る数
(3) 3 で割り切れない数

(1) 3 の倍数は，
$3\cdot4=12$，$3\cdot5=15$，……，$3\cdot33=99$
つまり，12，15，……，99
これは初項 12，末項 99，項数 30 の等差数列だから，この和は，
$\dfrac{1}{2}\cdot30(12+99)=1665$ ……答
(2) 3 で割ると 1 余る数は，
$3\cdot3+1=10$，$3\cdot4+1=13$，……，$3\cdot33+1=100$
つまり，10，13，……，100
これは初項 10，末項 100，項数 31 の等差数列だから，この和は，
$\dfrac{1}{2}\cdot31(10+100)=1705$ ……答
(3) 10 から 100 までの整数の和は，
初項 10，末項 100，項数 91 の等差数列の和だから，
$\dfrac{1}{2}\cdot91(10+100)=5005$
よって，3 で割り切れない数の和は，
$5005-1665=3340$ ……答
【別解】
3 で割ると 2 余る数は，
$3\cdot3+2=11$，$3\cdot4+2=14$，……，$3\cdot32+2=98$
つまり，11，14，……，98
これは初項 11，末項 98，項数 30 の等差数列だから，この和は，
$\dfrac{1}{2}\cdot30(11+98)=1635$
これと(2)より，3 で割り切れない数の和は，
$1705+1635=3340$

小計　／15

5 4 つの数からなる数列
2，a，18，b
がある。次の問いに答えなさい。【(1)7 点，(2)8 点】
(1) この数列が等差数列であるとき，a，b の値を求めなさい。
(2) この数列が等比数列であるとき，a，b の値を求めなさい。

(1) 数列 2，a，18 が等差数列だから，
$2a=2+18$
$2a=20$
$a=10$ ……答
公差は 8 だから，
$b=18+8=26$ ……答
(2) 数列 2，a，18 が等比数列だから，
$a^2=2\cdot18$
$a^2=36$
$a=\pm6$
$a=6$ のとき，公比は 3 だから，
$b=18\cdot3=54$
$a=-6$ のとき，公比は -3 だから，
$b=18\cdot(-3)=-54$
よって，
$a=6$，$b=54$ または $a=-6$，$b=-54$ ……答

小計　／15

6 等比数列 $\{a_n\}$ の各項は実数で，初項から第 3 項までの和は 21，第 4 項から第 6 項までの和は 168 である。次の問いに答えなさい。【(1)10 点，(2)5 点】
(1) 一般項 a_n を求めなさい。
(2) 初項から第 n 項までの和を求めなさい。

(1) 初項を a，公比を r，初項から第 n 項までの和を S_n とすると，
$S_3=21$
$S_6=21+168=189$
$r=1$ とすると，$S_3=3a=21$，$S_6=6a=189$ となって，これを同時に満たす a はないので $r\neq1$ である。
$S_3=21$ より，$\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}=21$ ……①
$S_6=189$ より，$\dfrac{a(r^6-1)}{r-1}=189$
$\dfrac{a(r^3-1)}{r-1}(r^3+1)=189$ ……②
①，②より，$21(r^3+1)=189$
$r^3=8$
$r=2$
①より，$7a=21$
$a=3$
一般項は，$a_n=3\cdot2^{n-1}$ ……答
(2) $\dfrac{3(2^n-1)}{2-1}=3(2^n-1)$ ……答

小計　／15