

# 11

## 図形と計量

### 三角比の相互関係②

基本

**Q1**  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

#### 三角比の相互関係

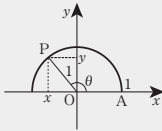
$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の範囲にある角  $\theta$  についても、三角比の相互関係は成り立つ。 (P.32)

①  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$     ②  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$     ③  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

① 右の図のように、半径 1 の半円上に、 $\angle AOP = \theta$  となる点  $P(x, y)$  をとると、 $x = \cos \theta$ 、 $y = \sin \theta$   
三平方の定理より、 $x^2 + y^2 = 1$     これに  $x$ 、 $y$  を代入すると、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

②  $\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

③ ①の両辺を  $\cos^2 \theta$  で割ると、 $1 + \left(\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}\right) = \frac{1}{\cos^2 \theta}$      $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$



#### ★ 考え方 ★

まず、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  と  
 $\sin \theta = \frac{3}{5}$  より、 $\cos^2 \theta$  を求める。

これより、 $\cos \theta$  がわかるが、 $\cos \theta$  は正負の両方考えられることに注意。次に、それぞれの場合に、 $\tan \theta$  を求める。

#### 答案

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  より、 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$

よって、 $\cos \theta = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}$

$\cos \theta = \frac{4}{5}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4}$

$\cos \theta = -\frac{4}{5}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{3}{4}$

……答

**Q2**  $\tan \theta = -\frac{2}{3}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

#### 三角比の相互関係の利用

$\tan \theta$  の値が与えられたとき →  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  より、 $\cos \theta$  を求める。(  $\cos \theta$  の符号は  $\tan \theta$  の符号と同じ )

→  $\sin \theta = \tan \theta \cos \theta$  より、 $\sin \theta$  を求める。 (P.36)

#### ★ 考え方 ★

まず、 $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  と  
 $\tan \theta = -\frac{2}{3}$  より、 $\cos^2 \theta$  を求める。これより、 $\cos \theta$  がわかる。

(  $\cos \theta$  の符号は  $\tan \theta$  の符号と同じであることに注意。 )

次に、 $\sin \theta = \tan \theta \cos \theta$  を利用する。

#### 答案

$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  より、

$\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = 1 \div \left(1 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2\right) = 1 \div \frac{13}{9} = \frac{9}{13}$

$\tan \theta < 0$  のとき、 $\cos \theta < 0$  だから、

$\cos \theta = -\sqrt{\frac{9}{13}} = -\frac{3}{\sqrt{13}}$  ……答

$\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{13}}\right) = \frac{2}{\sqrt{13}}$  ……答

#### 学習の目標

- $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のときの三角比の相互関係について理解し、それを活用できるようになる。
- 三角比の相互関係を、 $\tan \theta$  や  $\cos \theta$  の値が与えられたときにも活用できるようになる。

**Q1** 〈三角比の相互関係〉について、まとめよう。

#### まとめ

■  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の範囲にある角  $\theta$  についても、次の三角比の相互関係は成り立つ。

$\sin^2 \theta + \boxed{\phantom{000}} = 1$      $\tan \theta = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{\boxed{\phantom{000}}}$      $1 + \boxed{\phantom{000}} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

#### 確認問題

□□  $\sin \theta = \frac{3}{4}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

$\boxed{\phantom{000}} = 1$  より、 $\cos^2 \theta = 1 - \boxed{\phantom{000}} = 1 - \left(\boxed{\phantom{000}}\right)^2 = \boxed{\phantom{000}}$

$\cos \theta$  は正のときも負のときもあるから、 $\cos \theta = \boxed{\phantom{000}}$

$\cos \theta = \boxed{\phantom{000}}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \boxed{\phantom{000}}$

$\cos \theta = \boxed{\phantom{000}}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \boxed{\phantom{000}}$

**Q2** 〈三角比の相互関係の利用〉について、まとめよう。

#### まとめ

■  $\tan \theta$  の値が与えられたとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めるには、次のようにする。

$\tan \theta$  の値 →  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  を  $\cos^2 \theta = \frac{1}{\boxed{\phantom{000}}}$  と変形して、 $\cos^2 \theta$  を求める。

→  $\cos \theta$  の符号と  $\tan \theta$  の符号は  $\boxed{\phantom{000}}$  であることから、 $\cos \theta$  を求める。

→  $\sin \theta = \boxed{\phantom{000}}$  より、 $\sin \theta$  を求める。

#### 確認問題

□□  $\tan \theta = -\frac{2}{5}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  より、 $\cos^2 \theta = \frac{1}{\boxed{\phantom{000}}} = 1 \div \left(1 + \left(\boxed{\phantom{000}}\right)^2\right) = \boxed{\phantom{000}}$

$\cos \theta$  は  $\tan \theta$  と符号が  $\boxed{\phantom{000}}$  だから、 $\cos \theta < 0$     よって、 $\cos \theta = \boxed{\phantom{000}}$

$\sin \theta = \boxed{\phantom{000}} = -\frac{2}{5} \times \left(\boxed{\phantom{000}}\right) = \boxed{\phantom{000}}$

よって、 $\cos \theta = \boxed{\phantom{000}}$ 、 $\sin \theta = \boxed{\phantom{000}}$

## 演習問題

**1** 次の三角比の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

→ **Q1**

※   (1)  $\sin \theta = \frac{4}{5}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$  の値

(2)  $\cos \theta = -\frac{3}{4}$  のとき、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$  の値

**2** 次の三角比の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

→ **Q2**

※   (1)  $\tan \theta = -2$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値

(2)  $\tan \theta = \frac{5}{6}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値

**3** 次の問いに答えなさい。

(1)  $3\tan \theta + 4 = 0$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

(2)  $3\cos^2 \theta - 2\cos \theta - 1 = 0$  のとき、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $90^\circ < \theta < 180^\circ$  とする。

## 理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

(1) **三角比の相互関係**  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

$\theta$  が鋭角のときの三角比の相互関係は、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のときでも成り立つ。

$$\boxed{\phantom{00}} + \cos^2 \theta = 1 \quad \tan \theta = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} \quad 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\boxed{\phantom{00}}}$$

(2)  $\tan \theta$  の値が与えられたとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めるには、次のようにする。

①  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\boxed{\phantom{00}}}$  より、 $\cos^2 \theta$  の値を求め、 $\cos \theta$  の値を求める。

②  $\sin \theta = \boxed{\phantom{00}}$  より、 $\sin \theta$  の値を求める。

**1**  $\sin \theta = \frac{2}{5}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

**2**  $\tan \theta = -1$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

★自分でチェックしてみよう★

●三角比の相互関係②

| 項 目                           | 1回目( / ) | 2回目( / ) | 3回目( / ) | ここに戻る       |
|-------------------------------|----------|----------|----------|-------------|
| 三角比の相互関係を理解した                 | yes / no | yes / no | yes / no | → <b>Q1</b> |
| $\sin \theta$ の値から他の三角比が求められた | yes / no | yes / no | yes / no | → <b>Q1</b> |
| 三角比の相互関係の利用を理解した              | yes / no | yes / no | yes / no | → <b>Q2</b> |
| $\tan \theta$ の値から他の三角比が求められた | yes / no | yes / no | yes / no | → <b>Q2</b> |

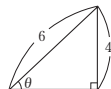
先生メモ

- ① 三角比を理解して、直角三角形の辺と角の関係についての問題が解決できる。  
 ② 三角比の相互関係を理解して、三角比の関係についての問題が解決できる。

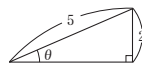
## 1 次の問いに答えなさい。

【各3点×8】

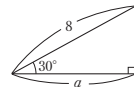
- (1) 右の図で、
- $\sin \theta$
- 、
- $\tan \theta$
- の値を求めなさい。

 $\sin \theta \dots$  $\tan \theta \dots$ 

- (2) 右の図で、巻末の三角比の表を使って、角
- $\theta$
- のおよその大きさを求めなさい。



- (3) 右の図で、
- $a$
- の長さを求めなさい。



- (4) 次の三角比を、
- $45^\circ$
- 以下の角の三角比で表しなさい。

- ①
- $\cos 73^\circ$
- ②
- $\sin 124^\circ$

①

②

- (5) 次の
- $\theta$
- を求めなさい。ただし、
- $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$
- とする。

- ①
- $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- ②
- $\tan \theta = -\sqrt{3}$

①

②

小計

24

## 2 次の問いに答えなさい。

【各4点×6】

- (1)
- $\sin \theta = \frac{2}{5}$
- のとき、
- $\cos \theta$
- 、
- $\tan \theta$
- の値を求めなさい。
- 
- ただし、
- $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$
- とする。

- (2)
- $\tan \theta = -\frac{1}{2}$
- のとき、
- $\cos \theta$
- 、
- $\sin \theta$
- の値を求めなさい。
- 
- ただし、
- $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$
- とする。

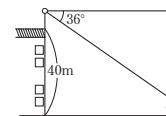
- (3)
- $3\sin \theta + \sqrt{3}\cos \theta = 0$
- を満たす
- $\theta$
- を求めなさい。
- 
- ただし、
- $0^\circ < \theta < 180^\circ$
- とする。

- (4) 次の式の値を求めなさい。

①  $\sin 20^\circ - \cos 50^\circ - \cos 70^\circ + \sin 40^\circ$

②  $\cos 42^\circ \cos 138^\circ - \cos 48^\circ \sin 138^\circ$

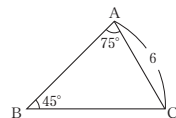
- (5) 高さ40mのビルの屋上から自分の家の屋根を見下ろすと、水平面とのなす角が
- $36^\circ$
- であった。このビルと家は何m離れているか求めなさい。ただし、目の高さを1.5m、家の屋根の高さを4.5mとし、小数第2位を四捨五入して答えなさい。



小計

24

- 3 下の図の△ABCにおいて、 $\angle A=75^\circ$ 、 $\angle B=45^\circ$ 、 $AC=6$ である。あとの問いに答えなさい。

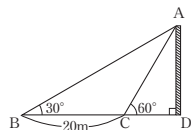


【各6点×2】

- (1) 頂点Aから辺BCに垂線を引き、BCとの交点をHとすると、垂線AHの長さを求めなさい。
- (2) △ABCのまわりの長さを求めなさい。

小計  
12

- 4 下の図のように、ある地点Bから煙突の一番上のAを見上げた角度は $30^\circ$ であり、地点Bから煙突に向かって水平に20m進んだ地点Cから煙突の一番上のAを見上げた角度は $60^\circ$ であった。煙突の一番下の地点をDとし、目の高さを無視するとき、あとの問いに答えなさい。【各6点×2】



- (1) 図で、 $BD:CD$ を求めなさい。
- (2) 煙突の高さADは何mか求めなさい。

小計  
14

- 5  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき、次の問いに答えなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。【各7点×2】
- (1)  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ の両辺を2乗することによって、 $\sin \theta \cos \theta$ の値を求めなさい。
  - (2)  $(\sin \theta - \cos \theta)^2$ の値を求めることによって、 $\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めなさい。

小計  
14

- 6 次の問いに答えなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。【各7点×2】
- (1)  $\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta}$ の値を求めなさい。
  - (2)  $\tan \theta = -3$ のとき、 $\frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta}$ の値を求めなさい。

小計  
14

# 11 図形と計量 三角比の相互関係②

**Q1**  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

**三角比の相互関係**  
 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の範囲にある角  $\theta$  についても、三角比の相互関係は成り立つ。 (図1) (図2)  
 ①  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  ②  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  ③  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$   
 ④ 右の図のように、半径1の円の上に、 $\angle AOP = \theta$  となる点Pをとり、 $x$  とすると、 $\cos \theta = x$ 、 $y = \sin \theta$   
 ⑤ 三平方の定理より、 $x^2 + y^2 = 1$  ことに  $x$ 、 $y$  を代入すると、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$   
 ⑥  $\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$   
 ⑦ ③の両辺を  $\cos^2 \theta$  で割ると、 $1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$   $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

**★考え方★**  
 まず、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  と  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  より、 $\cos^2 \theta$  を求める。これより、 $\cos \theta$  がわかるが、 $\cos \theta$  は正の値か負の値かによって異なる。次に、それぞれの場合に、 $\tan \theta$  を求める。

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  より、 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$   
 よって、 $\cos \theta = \pm \frac{4}{5}$   
 $\cos \theta = \frac{4}{5}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4}$   
 $\cos \theta = -\frac{4}{5}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{3}{4}$

**Q2**  $\tan \theta = \frac{2}{3}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

**三角比の相互関係の利用**  
 $\tan \theta$  の値が与えられたとき  $\rightarrow 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  より、 $\cos \theta$  を求める。( $\cos \theta$  の符号は  $\tan \theta$  の符号と同じ)  
 $\rightarrow \sin \theta = \tan \theta \cos \theta$  より、 $\sin \theta$  を求める。

**★考え方★**  
 まず、 $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  と  $\tan \theta = \frac{2}{3}$  より、 $\cos^2 \theta$  を求める。これより、 $\cos \theta$  がわかるが、( $\cos \theta$  の符号は  $\tan \theta$  の符号と同じであることに注意。) 次に、 $\sin \theta = \tan \theta \cos \theta$  を利用する。

$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  より、 $\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{9}{13}$   
 $\tan \theta > 0$  のとき、 $\cos \theta > 0$  だから、 $\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$   
 $\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = \frac{2}{3} \times \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

## 学習の目標

- ①  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のときの三角比の相互関係について理解し、それを活用できるようにする。
- ② 三角比の相互関係を、 $\tan \theta$  や  $\cos \theta$  の値が与えられたときにも活用できるようにする。

**Q1** (三角比の相互関係) について、まとめよう。

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の範囲にある角  $\theta$  についても、次の三角比の相互関係は成り立つ。

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$   $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$   $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

$\sin \theta = \frac{3}{5}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  より、 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$   
 $\cos \theta$  は正のときも負のときもあるから、 $\cos \theta = \pm \frac{4}{5}$   
 $\cos \theta = \frac{4}{5}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4}$   
 $\cos \theta = -\frac{4}{5}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{3}{4}$

**Q2** (三角比の相互関係の利用) について、まとめよう。

$\tan \theta$  の値が与えられたとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めるには、次のようにする。

$\tan \theta$  の値  $\rightarrow 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  を変形して、 $\cos^2 \theta$  を求める。  
 $\rightarrow \cos \theta$  の符号と  $\tan \theta$  の符号が **同じ** であることから、 $\cos \theta$  を求める。  
 $\rightarrow \sin \theta = \tan \theta \cos \theta$  より、 $\sin \theta$  を求める。

$\tan \theta = \frac{2}{3}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  より、 $\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{9}{13}$   
 $\tan \theta > 0$  のとき、 $\cos \theta > 0$  だから、 $\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$   
 $\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = \frac{2}{3} \times \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

## 演習問題

**1** 次の三角比の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

- ①  $\sin \theta = \frac{4}{5}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めなさい。  
 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  より、 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$   
 よって、 $\cos \theta = \pm \frac{3}{5}$   
 $\cos \theta = \frac{3}{5}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{4}{3}$   
 $\cos \theta = -\frac{3}{5}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{4}{3}$
- ②  $\tan \theta = -2$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。  
 $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  より、 $\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + 4} = \frac{1}{5}$   
 $\tan \theta < 0$  のとき、 $\cos \theta < 0$  だから、 $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$   
 $\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = -2 \times \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \frac{2}{\sqrt{5}}$

**2** 次の三角比の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

- ①  $\tan \theta = \frac{1}{2}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。  
 $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  より、 $\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$   
 $\tan \theta > 0$  のとき、 $\cos \theta > 0$  だから、 $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$   
 $\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$
- ②  $3\cos \theta - 2\cos \theta - 1 = 0$  のとき、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $90^\circ < \theta < 180^\circ$  とする。  
 $3\cos \theta - 2\cos \theta - 1 = 0$  より、 $(\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1) = 0$   
 $\cos \theta = 1$  のとき、 $\sin \theta = 0$  だが、 $90^\circ < \theta < 180^\circ$  のとき、 $\cos \theta = -1$  より、 $\sin \theta = 1$  より、 $\sin \theta = 1$

**3** 次の問いに答えなさい。

- ①  $3\sin \theta + 4 = 0$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。  
 $3\sin \theta + 4 = 0$  より、 $\sin \theta = -\frac{4}{3}$   
 $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  より、 $\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{9}{25}$   
 $\tan \theta < 0$  のとき、 $\cos \theta < 0$  だから、 $\cos \theta = -\frac{3}{5}$   
 $\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{4}{5}$
- ②  $3\cos \theta - 2\cos \theta - 1 = 0$  のとき、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $90^\circ < \theta < 180^\circ$  とする。  
 $3\cos \theta - 2\cos \theta - 1 = 0$  より、 $(\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1) = 0$   
 $\cos \theta = 1$  のとき、 $\sin \theta = 0$  だが、 $90^\circ < \theta < 180^\circ$  のとき、 $\cos \theta = -1$  より、 $\sin \theta = 1$  より、 $\sin \theta = 1$

- ③  $3\cos \theta - 2\cos \theta - 1 = 0$  のとき、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。ただし、 $90^\circ < \theta < 180^\circ$  とする。  
 $3\cos \theta - 2\cos \theta - 1 = 0$  より、 $(\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1) = 0$   
 $\cos \theta = 1$  のとき、 $\sin \theta = 0$  だが、 $90^\circ < \theta < 180^\circ$  のとき、 $\cos \theta = -1$  より、 $\sin \theta = 1$  より、 $\sin \theta = 1$

# 1 定期試験対策 三角比

**1** 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図で、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めなさい。

$\sin \theta = \frac{3}{5}$   
 $\tan \theta = \frac{3}{4}$

- (2) 右の図で、巻きの三角比の表を使って、角  $\theta$  のおおよそ大きさを求めなさい。  
 $\sin \theta = \frac{3}{5} = 0.6$   
 $\tan \theta = \frac{3}{4} = 0.75$   
 $\sin \theta = 0.6$  のとき、 $\theta \approx 37^\circ$   
 $\tan \theta = 0.75$  のとき、 $\theta \approx 37^\circ$

- (3) 右の図で、 $a$  の長さを求めなさい。  
 $a = 4\sqrt{3}$

- (4) 次の三角比を、 $45^\circ$  以下の角の三角比で表しなさい。  
 $\cos 75^\circ = \sin(90^\circ - 75^\circ) = \sin 15^\circ$   
 $\sin 125^\circ = \sin(180^\circ - 125^\circ) = \sin 55^\circ$   
 $\cos(90^\circ - 34^\circ) = \sin 34^\circ$   
 $\sin(90^\circ - 34^\circ) = \cos 34^\circ$

- (5) 次の  $\theta$  を求めなさい。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。  
 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$   $\theta = 60^\circ, 120^\circ$   
 $\tan \theta = -\sqrt{3}$   $\theta = 120^\circ$

# 2 定期試験対策 三角比

**2** 次の問いに答えなさい。

- (1)  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めなさい。

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  より、 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$   
 よって、 $\cos \theta = \pm \frac{4}{5}$   
 $\cos \theta = \frac{4}{5}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4}$   
 $\cos \theta = -\frac{4}{5}$  のとき、 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{3}{4}$

- (2)  $\tan \theta = \frac{1}{2}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$  の値を求めなさい。  
 $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  より、 $\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{5}$   
 $\tan \theta > 0$  のとき、 $\cos \theta > 0$  だから、 $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$   
 $\sin \theta = \tan \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

- (3)  $3\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta = 0$  を満たす  $\theta$  を求めなさい。  
 $3\sin \theta = -\sqrt{3} \cos \theta$  より、 $\tan \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 $\tan \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  のとき、 $\theta = 150^\circ$

- (4) 次の式の値を求めなさい。  
 $\sin 20^\circ - \cos 20^\circ = \sin(90^\circ - 20^\circ) - \cos 20^\circ = \sin 70^\circ - \cos 20^\circ = \sin 70^\circ - \sin(90^\circ - 70^\circ) = \sin 70^\circ - \cos 70^\circ = 0$

- (5) 高さ 30m のビルの屋上から自分の家の屋根を見下ろすと、水平面とのなす角が  $36^\circ$  であった。このビルと家は何m離れているか求めなさい。ただし、目の高さを 1.50m、家の屋根の高さを 4.50m とし、小阪君の位置を四角に仮定する。  
 $x = 37 \times \tan 36^\circ = 37 \times 0.7265 = 26.8805 \approx 26.9$

## 練習問題

**3** 下の図の△ABCにおいて、 $\angle A = 70^\circ$ 、 $\angle B = 40^\circ$ 、 $AC = 6$ である。次の問いに答えなさい。

- (1) 点Aから底BCに垂線を引き、BCとの交点をHとすると、垂線AHの長さを求めなさい。  
 $AH = AC \sin 70^\circ = 6 \times 0.9397 = 5.6382 \approx 5.6$
- (2) △ABCのまわりの長さを求めなさい。  
 $AB = AC \sin 40^\circ = 6 \times 0.6428 = 3.8568 \approx 3.9$   
 $BC = AC \sin 70^\circ = 6 \times 0.9397 = 5.6382 \approx 5.6$

- (3) △ABCのまわりの長さを求めなさい。  
 $AB = AC \sin 40^\circ = 6 \times 0.6428 = 3.8568 \approx 3.9$   
 $BC = AC \sin 70^\circ = 6 \times 0.9397 = 5.6382 \approx 5.6$

- (4) 下の図のように、ある地点から観測の一番上のAを見上げた角度は  $30^\circ$  であり、地点Bから観測の一番下の地点をDとし、目の高さを無視すると、次の問いに答えなさい。  
 $BD = AD \tan 30^\circ = 10 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 5.7735 \approx 5.8$

- (5)  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$  のとき、次の問いに答えなさい。  
 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  より、 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{1}{2} - \sin \theta\right)^2 = 1 - \left(\frac{1}{4} - \sin \theta + \sin^2 \theta\right) = \frac{3}{4} + \sin \theta - \sin^2 \theta$   
 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$  より、 $\cos \theta = \frac{1}{2} - \sin \theta$   
 $\sin^2 \theta + \left(\frac{1}{2} - \sin \theta\right)^2 = 1$  より、 $\sin^2 \theta + \frac{1}{4} - \sin \theta + \sin^2 \theta = 1$   
 $2\sin^2 \theta - \sin \theta - \frac{3}{4} = 0$  より、 $\sin \theta = \frac{3}{4}$  又は  $\sin \theta = -\frac{1}{4}$   
 $\sin \theta = \frac{3}{4}$  のとき、 $\cos \theta = \frac{1}{4}$   
 $\sin \theta = -\frac{1}{4}$  のとき、 $\cos \theta = \frac{5}{4}$  (不適)