34 2次関数
関数のグラフの移動

学習の目標

❶ 関数のグラフの移動について理解しよう。どのように移動すれば重ねることができるか考えてみよう。
❷ 対称移動した放物線の方程式について理解し，求めてみよう。

重要 Q1

放物線 $y=2x^2+4x+1$ を平行移動して，放物線 $y=2x^2-2x-1$ に重ねるには，どのように移動すればよいか答えなさい。

関数のグラフの移動

放物線 $y=ax^2+bx+c$ において，

頂点は，点 $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$

軸は，直線 $x=-\dfrac{b}{2a}$

2次式 ax^2+bx+c の平方完成 P.156

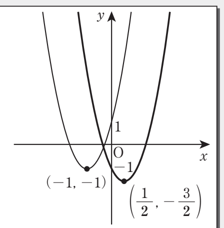
$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c=a\left\{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}+c$$
$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-a\left(\frac{b}{2a}\right)^2+c$$
$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

★ 考え方 ★

2つの放物線の頂点の移動に着目する。
頂点を求めるには，2つの式をともに平方完成により，$y=a(x-p)^2+q$ の形に変形する。
$y=2x^2-2x-1$ の頂点は，x 座標，y 座標ともに分数になる。

答案

$y=2x^2+4x+1$ を変形すると，
$y=2(x+1)^2-1$
$y=2x^2-2x-1$ を変形すると，
$y=2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{3}{2}$
よって，頂点は点 $(-1,\ -1)$ から
点 $\left(\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{3}{2}\right)$ に移動する。したがって，
x 軸方向に $\dfrac{3}{2}$，y 軸方向に $-\dfrac{1}{2}$ だけ平行移動すればよい。……答

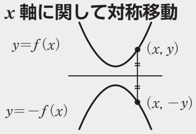


重要 Q2

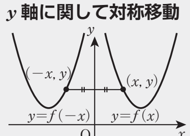
放物線 $y=2x^2+4x+1$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。
(1)　x 軸　　(2)　y 軸　　(3)　原点

対称移動した放物線の方程式

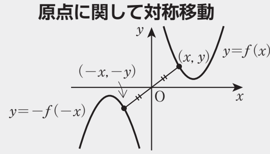
x 軸に関して対称移動



y 軸に関して対称移動



原点に関して対称移動



★ 考え方 ★

$y=f(x)$ のグラフの対称移動
(1)　x 軸に関しての対称移動では，$-y=f(x)$
すなわち，$y=-f(x)$
(2)　y 軸に関しての対称移動では，$y=f(-x)$
(3)　原点に関しての対称移動では，$y=-f(-x)$

答案

$f(x)=2x^2+4x+1$ とおく。
(1)　x 軸に関して対称移動後の方程式は，$y=-f(x)$
$y=-(2x^2+4x+1)$　すなわち，$y=-2x^2-4x-1$　……答
(2)　y 軸に関して対称移動後の方程式は，$y=f(-x)$
$y=2(-x)^2+4(-x)+1$　すなわち，$y=2x^2-4x+1$　……答
(3)　原点に関して対称移動後の方程式は，$y=-f(-x)$
$y=-\{2(-x)^2+4(-x)+1\}$　すなわち，$y=-2x^2+4x-1$　……答

Q1 〈関数のグラフの移動〉について，まとめよう。

まとめ

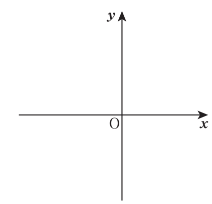
■ 放物線 $y=ax^2+bx+c$ の頂点は点（　　，　　），軸は

確認問題

● 放物線 $y=-x^2+4x-2$ を平行移動して，放物線 $y=-x^2-2x+3$ に重ねるとき，次の問いに答えなさい。
(1)　放物線 $y=-x^2+4x-2$ の頂点を求めなさい。
(2)　放物線 $y=-x^2-2x+3$ の頂点を求めなさい。
(3)　(1)と(2)の放物線のグラフをかいて，どのように移動すればよいか答えなさい。

(1)　$y=-x^2+4x-2$
を変形すると，
$y=$
よって，頂点は

(2)　$y=-x^2-2x+3$
を変形すると，
$y=$
よって，頂点は



(3)　グラフは右の図のようになる。
x 軸方向に　　，y 軸方向に　　だけ平行移動する。

Q2 〈対称移動した放物線の方程式〉について，まとめよう。

まとめ

■ 2次関数 $y=f(x)$ のグラフを，x 軸に関して対称移動すると，$y=$　　，y 軸に関して対称移動すると，$y=$　　，原点に関して対称移動すると，$y=$　　となる。

確認問題

● 放物線 $y=-2x^2-3x+2$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。
(1)　x 軸　　(2)　y 軸　　(3)　原点

$f(x)=-2x^2-3x+2$ とおく。

(1)　x 軸に関して対称移動後の方程式は，$y=$
$y=-($　　$)$
すなわち，
$y=$

(2)　y 軸に関して対称移動後の方程式は，$y=$
$y=$
すなわち，
$y=$

(3)　原点に関して対称移動後の方程式は，$y=$
$y=-($　　$)$
すなわち，
$y=$

演習問題

1 次の問いに答えなさい。　→Q1

□□□(1)　放物線 $y=x^2-4x$ を平行移動して次の放物線に重ねるには，どのように移動すればよいか答えなさい。

□□□①　$y=x^2+3$　　□□□②　$y=x^2-6x-3$

□□□(2)　放物線 $y=-2x^2+4x+1$ を平行移動して次の放物線に重ねるには，どのように移動すればよいか答えなさい。

□□□①　$y=-2x^2$　　□□□②　$y=-2x^2-8x-3$

2 次の問いに答えなさい。　→Q2

□□□(1)　放物線 $y=-x^2+5x-2$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。

□□□①　x 軸　　□□□②　y 軸　　□□□③　原点

□□□(2)　放物線 $y=2x^2-x-4$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。

□□□①　x 軸　　□□□②　y 軸　　□□□③　原点

3 放物線 $y=2x^2+4x+5$ について，次の問いに答えなさい。

□□□(1)　この放物線の頂点を求めなさい。

□□□(2)　この放物線を，x 軸方向に 3，y 軸方向に -2 だけ平行移動した放物線の方程式を求めなさい。

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□(1)　2 次式 ax^2+bx+c の平方完成をすると，$ax^2+bx+c=a\left(\boxed{}\right)^2-\boxed{}$

$y=ax^2+bx+c$ の頂点は点 $(\boxed{},\ \boxed{})$，軸は，直線 $x=\boxed{}$

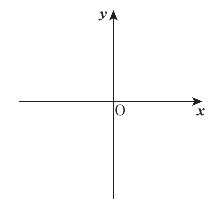
□□□(2)　$y=f(x)$ のグラフを，x 軸に関して対称移動すると $y=\boxed{}$，y 軸に関して対称移動すると $y=\boxed{}$，原点に関して対称移動すると $y=\boxed{}$ となる。

1 放物線 $y=-x^2+2x+1$ を平行移動して，放物線 $y=-x^2-4x-1$ に重ねるとき，次の問いに答えなさい。

□□□(1)　放物線 $y=-x^2+2x+1$ の頂点を求めなさい。

□□□(2)　放物線 $y=-x^2-4x-1$ の頂点を求めなさい。

□□□(3)　グラフをかき，どのように移動すればよいか答えなさい。



2 放物線 $y=2x^2-4x+3$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。

□□□(1)　x 軸　　□□□(2)　y 軸　　□□□(3)　原点

★自分でチェックしてみよう★　●関数のグラフの移動

項目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
2つの放物線の位置関係について理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→Q1
対称移動した放物線の方程式が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→Q2

先生メモ

TEST 6

■定期試験対策

2次関数とグラフ

学習日　　月　　日

到達目標

❶関数の基礎を理解して，１次関数の値域の問題が解決できる。

❷平方完成を理解して，２次関数のグラフの基礎的問題を解決できる。

得点　／100

1　次の問いに答えなさい。　【各４点×5】

(1)　２次関数 $f(x)=x^2-3x+4$ について，次の問いに答えなさい。

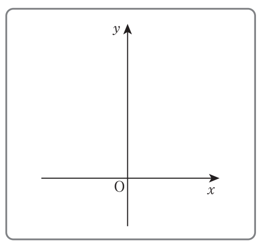
①　$f(2)$ の値を求めなさい。

②　$f(a-1)$ の値を求めなさい。

(2)　１次関数 $f(x)=ax+b$ について，$f(1)=7$，$f(-2)=-8$ が成り立つとき，定数 a，b の値を求めなさい。

(3)　関数 $y=-2x+3$　$(-2 \leqq x \leqq 2)$ について，次の問いに答えなさい。

①　グラフをかきなさい。



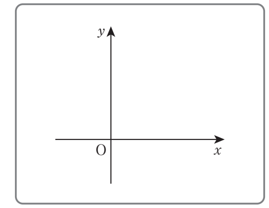
②　値域を求めなさい。

小計　／20

2　次の問いに答えなさい。　【各４点×5】

(1)　関数 $y=2|x-1|$ について，次の問いに答えなさい。

①　グラフをかきなさい。



②　$0 \leqq x \leqq 3$ のとき，値域を求めなさい。

(2)　放物線 $y=-2x^2$ を平行移動した放物線の頂点が点 $(1,\ 3)$ であるとき，その方程式を $y=ax^2+bx+c$ の形で答えなさい。

(3)　２次関数 $y=-(x+2)^2+1$ のグラフについて，次の問いに答えなさい。

①　頂点を求めなさい。

②　軸を求めなさい。

小計　／20

3 関数 $y=ax+b$ $(1 \leqq x \leqq 7)$ について，次の問いに答えなさい。 【各5点×3】

(1) $a>0$ で最大値13，最小値1であるとき，定数 a，b の値を求めなさい。

(2) $a<0$ で最大値9，最小値3であるとき，定数 a，b の値を求めなさい。

(3) $x=2$ のとき $y=2$，$x=5$ のとき $y=-7$ であるとき，この関数の値域を求めなさい。

小計 ／15

4 2次関数 $y=3x^2$ のグラフについて，次の問いに答えなさい。 【各5点×3】

(1) x 軸方向に1だけ平行移動した放物線の方程式を，$y=ax^2+bx+c$ の形で答えなさい。

(2) x 軸方向に -2，y 軸方向に1だけ平行移動した放物線の方程式を $y=ax^2+bx+c$ の形で答えなさい。

(3) 平行移動して，放物線 $y=3x^2-6x$ に重ねるには，どのように平行移動すればよいか答えなさい。

小計 ／15

5 放物線 $y=-x^2+4x-2$ について，次の問いに答えなさい。 【各5点×3】

(1) グラフをかきなさい。

(2) この放物線を x 軸方向に -3，y 軸方向に1だけ平行移動したとき，その放物線の方程式を，$y=ax^2+bx+c$ の形で答えなさい。

(3) この放物線を平行移動して，放物線 $y=-x^2+x$ に重ねるには，どのように平行移動すればよいか答えなさい。

小計 ／15

6 放物線 $y=2x^2+4x$ について，次の問いに答えなさい。 【各5点×3】

(1) x 軸に関して対称な放物線の方程式を求めなさい。

(2) y 軸に関して対称な放物線の方程式を求めなさい。

(3) 原点に関して対称な放物線の方程式を求めなさい。

小計 ／15

本冊 p.160〜163の解答

学習日　月　日

34　2次関数
関数のグラフの移動

学習の目標
❶ 関数のグラフの移動について理解しよう。どのように移動すれば重ねることができるか考えてみよう。
❷ 対称移動した放物線の方程式について理解し，求めてみよう。

重要 Q1 放物線 $y=2x^2+4x+1$ を平行移動して，放物線 $y=2x^2-2x-1$ に重ねるには，どのように移動すればよいか答えなさい。

関数のグラフの移動

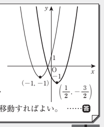
放物線 $y=ax^2+bx+c$ において，
頂点は，点 $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$
軸は，直線 $x=-\dfrac{b}{2a}$

2次式 ax^2+bx+c の平方完成　P.156 Q2

$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\dfrac{b}{a}x\right)+c=a\left\{\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2\right\}+c$
$=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-a\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2+c$
$=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$

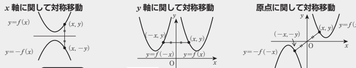
★ 考え方 ★
2つの放物線の頂点の移動に着目する。
頂点を求めるには，2つの式をともに平方完成により，$y=a(x-p)^2+q$ の形に変形する。
$y=2x^2-2x-1$ の頂点は，x 座標，y 座標ともに分数になる。

答案
$y=2x^2+4x+1$ を変形すると，
$y=2(x+1)^2-1$
$y=2x^2-2x-1$ を変形すると，
$y=2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{3}{2}$
よって，頂点は点 $(-1,\ -1)$ から
点 $\left(\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{3}{2}\right)$ に移動する。したがって，
x 軸方向に $\dfrac{3}{2}$，y 軸方向に $-\dfrac{1}{2}$ だけ平行移動すればよい。……答



重要 Q2 放物線 $y=2x^2+4x+1$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。
(1) x 軸　(2) y 軸　(3) 原点

対称移動した放物線の方程式



★ 考え方 ★
$y=f(x)$ のグラフの対称移動
(1) x 軸に関しての対称移動では，$-y=f(x)$
すなわち，$y=-f(x)$
(2) y 軸に関しての対称移動では，$y=f(-x)$
(3) 原点に関しての対称移動では，$y=-f(-x)$

答案
$f(x)=2x^2+4x+1$ とおく。
(1) x 軸に関して対称移動後の方程式は，$y=-f(x)$
$y=-(2x^2+4x+1)$　すなわち，$y=-2x^2-4x-1$　……答
(2) y 軸に関して対称移動後の方程式は，$y=f(-x)$
$y=2(-x)^2+4(-x)+1$　すなわち，$y=2x^2-4x+1$　……答
(3) 原点に関して対称移動後の方程式は，$y=-f(-x)$
$y=-\{2(-x)^2+4(-x)+1\}$　すなわち，$y=-2x^2+4x-1$　……答

Q1〈関数のグラフの移動〉について，まとめよう。

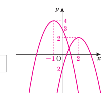
まとめ
■ 放物線 $y=ax^2+bx+c$ の頂点は点 $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$，軸は 直線 $x=-\dfrac{b}{2a}$

確認問題
● 放物線 $y=-x^2+4x-2$ を平行移動して，放物線 $y=-x^2-2x+3$ に重ねるとき，次の問いに答えなさい。
(1) 放物線 $y=-x^2+4x-2$ の頂点を求めなさい。
(2) 放物線 $y=-x^2-2x+3$ の頂点を求めなさい。
(3) (1)と(2)の放物線のグラフをかいて，どのように移動すればよいか答えなさい。

(1) $y=-x^2+4x-2$ を変形すると，
$y=-(x-2)^2+2$
よって，頂点は 点 $(2,\ 2)$

(2) $y=-x^2-2x+3$ を変形すると，
$y=-(x+1)^2+4$
よって，頂点は 点 $(-1,\ 4)$

(3) グラフは右の図のようになる。
x 軸方向に -3，y 軸方向に 2 だけ平行移動する。



Q2〈対称移動した放物線の方程式〉について，まとめよう。

まとめ
■ 2次関数 $y=f(x)$ のグラフを，x 軸に関して対称移動すると，$y=-f(x)$，y 軸に関して対称移動すると，$y=f(-x)$，原点に関して対称移動すると，$y=-f(-x)$ となる。

確認問題
● 放物線 $y=-2x^2-3x+2$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。
(1) x 軸　(2) y 軸　(3) 原点

$f(x)=-2x^2-3x+2$ とおく。
(1) x 軸に関して対称移動後の方程式は，$y=-f(x)$
$y=-(-2x^2-3x+2)$
すなわち，$y=2x^2+3x-2$
(2) y 軸に関して対称移動後の方程式は，$y=f(-x)$
$y=-2(-x)^2-3(-x)+2$
すなわち，$y=-2x^2+3x+2$
(3) 原点に関して対称移動後の方程式は，$y=-f(-x)$
$y=-(-2x^2+3x+2)$
すなわち，$y=2x^2-3x-2$

演習問題

1 次の問いに答えなさい。→ Q1

(1) 放物線 $y=x^2-4x$ を平行移動して次の放物線に重ねるには，どのように移動すればよいか答えなさい。

① $y=x^2+3$
$y=x^2-4x=(x-2)^2-4$
頂点は点 $(2,\ -4)$ から点 $(0,\ 3)$ に移動するから，x 軸方向に -2，y 軸方向に7だけ平行移動すればよい。……答

② $y=x^2-6x-3$
$y=x^2-6x-3=(x-3)^2-12$
頂点は点 $(2,\ -4)$ から点 $(3,\ -12)$ に移動するから，x 軸方向に1，y 軸方向に -8 だけ平行移動すればよい。……答

(2) 放物線 $y=-2x^2+4x+1$ を平行移動して次の放物線に重ねるには，どのように移動すればよいか答えなさい。

① $y=-2x^2$
$y=-2x^2+4x+1=-2(x-1)^2+3$
頂点は点 $(1,\ 3)$ から点 $(0,\ 0)$ に移動するから，x 軸方向に -1，y 軸方向に -3 だけ平行移動すればよい。……答

② $y=-2x^2-8x-3$
$y=-2x^2-8x-3=-2(x+2)^2+5$
頂点は点 $(1,\ 3)$ から点 $(-2,\ 5)$ に移動するから，x 軸方向に -3，y 軸方向に2だけ平行移動すればよい。……答

2 次の問いに答えなさい。→ Q2

(1) 放物線 $y=-x^2+5x-2$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。
① x 軸　② y 軸　③ 原点

① $f(x)=-x^2+5x-2$ とおく。
x 軸に関して対称移動後の方程式は，$y=-f(x)$ より，
$y=-(-x^2+5x-2)$
よって，$y=x^2-5x+2$　……答

② y 軸に関して対称移動後の方程式は，$y=f(-x)$ より，
$y=-(-x)^2+5(-x)-2$
よって，$y=-x^2-5x-2$　……答

③ 原点に関して対称移動後の方程式は，$y=-f(-x)$ より，
$y=-(-x^2-5x-2)$
よって，$y=x^2+5x+2$　……答

(2) 放物線 $y=2x^2-x-4$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。
① x 軸　② y 軸　③ 原点

① $f(x)=2x^2-x-4$ とおく。
$y=-f(x)$ より，
$y=-(2x^2-x-4)$
よって，$y=-2x^2+x+4$　……答

② $y=f(-x)$ より，
$y=2(-x)^2-(-x)-4$
よって，$y=2x^2+x-4$　……答

③ $y=-f(-x)$ より，
$y=-(2x^2+x-4)$
よって，$y=-2x^2-x+4$　……答

3 放物線 $y=2x^2+4x+5$ について，次の問いに答えなさい。

(1) この放物線の頂点を求めなさい。
$y=2x^2+4x+5=2(x+1)^2+3$
よって，頂点は点 $(-1,\ 3)$　……答

(2) この放物線を，x 軸方向に3，y 軸方向に -2 だけ平行移動した放物線の方程式を求めなさい。
求める放物線の頂点は点 $(-1+3,\ 3-2)$ より，点 $(2,\ 1)$
よって，求める放物線の方程式は，$y=2(x-2)^2+1$　$(y=2x^2-8x+9)$　……答

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

(1) 2次式 ax^2+bx+c の平方完成をすると，$ax^2+bx+c=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$
$y=ax^2+bx+c$ の頂点は点 $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$，軸は，直線 $x=-\dfrac{b}{2a}$

(2) $y=f(x)$ のグラフを，x 軸に関して対称移動すると $y=-f(x)$，y 軸に関して対称移動すると $y=f(-x)$，原点に関して対称移動すると $y=-f(-x)$ となる。

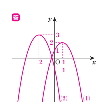
1 放物線 $y=-x^2+2x+1$ を平行移動して，放物線 $y=-x^2-4x-1$ に重ねるとき，次の問いに答えなさい。

(1) 放物線 $y=-x^2+2x+1$ の頂点を求めなさい。
$y=-(x-1)^2+2$
よって，頂点は点 $(1,\ 2)$　……答

(2) 放物線 $y=-x^2-4x-1$ の頂点を求めなさい。
$y=-(x+2)^2+3$
よって，頂点は点 $(-2,\ 3)$　……答

(3) グラフをかき，どのように移動すればよいか答えなさい。
グラフは右の図である。
x 軸方向に -3，y 軸方向に1だけ平行移動すればよい。……答

答



2 放物線 $y=2x^2-4x+3$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。
(1) x 軸　(2) y 軸　(3) 原点

(1) $f(x)=2x^2-4x+3$ とおく。
x 軸に関しての対称移動では，$y=-f(x)$
求める放物線の方程式は，
$y=-(2x^2-4x+3)$ より，
$y=-2x^2+4x-3$　……答

(2) y 軸に関しての対称移動では，$y=f(-x)$
求める放物線の方程式は，
$y=2(-x)^2-4(-x)+3$ より，
$y=2x^2+4x+3$　……答

(3) 原点に関しての対称移動では，$y=-f(-x)$
求める放物線の方程式は，
$y=-(2x^2+4x+3)$ より，
$y=-2x^2-4x-3$　……答

★自分でチェックしてみよう★　●関数のグラフの移動

項　目	1回目(　／　)	2回目(　／　)	3回目(　／　)	ここに戻る
2つの放物線の位置関係について理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
対称移動した放物線の方程式が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2

先生メモ

本冊 p.164〜167の解答

TEST 6　■定期試験対策

2次関数とグラフ

学習日　月　日

✦ 到達目標 ✦
❶関数の基礎を理解して，1次関数の値域の問題が解決できる。
❷平方完成を理解して，2次関数のグラフの基礎的問題を解決できる。

得点 ／100

1 次の問いに答えなさい。【各4点×5】

(1) 2次関数 $f(x)=x^2-3x+4$ について，次の問いに答えなさい。

① $f(2)$ の値を求めなさい。
$f(2)=2^2-3\cdot 2+4$
$=2$

答: 2

② $f(a-1)$ の値を求めなさい。
$f(a-1)=(a-1)^2-3(a-1)+4$
$=a^2-2a+1-3a+3+4$
$=a^2-5a+8$

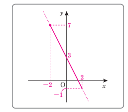
答: a^2-5a+8

(2) 1次関数 $f(x)=ax+b$ について，$f(1)=7$，$f(-2)=-8$ が成り立つとき，定数 a，b の値を求めなさい。
$f(1)=7$ より，$a+b=7$……①
$f(-2)=-8$ より，$-2a+b=-8$……②
①，②を連立方程式として解いて，$a=5$，$b=2$

答: $a=5$，$b=2$

(3) 関数 $y=-2x+3$　$(-2\leqq x\leqq 2)$ について，次の問いに答えなさい。

① グラフをかきなさい。
$x=-2$ のとき，$y=-2\cdot(-2)+3$
$=7$
$x=2$ のとき，$y=-2\cdot 2+3$
$=-1$
よって，グラフは右の図の実線部分である。



② 値域を求めなさい。
①より，値域は，$-1\leqq y\leqq 7$

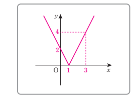
答: $-1\leqq y\leqq 7$

小計 ／20

2 次の問いに答えなさい。【各4点×5】

(1) 関数 $y=2|x-1|$ について，次の問いに答えなさい。

① グラフをかきなさい。
$x\geqq 1$ のとき，$y=2(x-1)$
$=2x-2$
$x<1$ のとき，$y=-2(x-1)$
$=-2x+2$
グラフは折れ線となり，右の図のようになる。



② $0\leqq x\leqq 3$ のとき，値域を求めなさい。
$x=3$ で最大値4，$x=1$ で最小値0をとる。
よって，値域は，$0\leqq y\leqq 4$

答: $0\leqq y\leqq 4$

(2) 放物線 $y=-2x^2$ を平行移動した放物線の頂点が点 $(1,\ 3)$ であるとき，その方程式を $y=ax^2+bx+c$ の形で答えなさい。
$y=-2(x-1)^2+3$
$=-2(x^2-2x+1)+3$
$=-2x^2+4x-2+3$
$=-2x^2+4x+1$

答: $y=-2x^2+4x+1$

(3) 2次関数 $y=-(x+2)^2+1$ のグラフについて，次の問いに答えなさい。

① 頂点を求めなさい。
放物線 $y=a(x-p)^2+q$ の頂点は点 $(p,\ q)$ だから，点 $(-2,\ 1)$

答: 点 $(-2,\ 1)$

② 軸を求めなさい。
放物線 $y=a(x-p)^2+q$ の軸は直線 $x=p$ だから，
直線 $x=-2$

答: 直線 $x=-2$

小計 ／20

TEST 6

3 関数 $y=ax+b$　$(1\leqq x\leqq 7)$ について，次の問いに答えなさい。【各5点×3】

(1) $a>0$ で最大値13，最小値1であるとき，定数 a，b の値を求めなさい。

(2) $a<0$ で最大値9，最小値3であるとき，定数 a，b の値を求めなさい。

(3) $x=2$ のとき $y=2$，$x=5$ のとき $y=-7$ であるとき，この関数の値域を求めなさい。

(1) $a>0$ のとき，グラフは右上がりだから，
$x=7$ のとき $y=13$ より，
$7a+b=13$……①
$x=1$ のとき $y=1$ より，
$a+b=1$……②
①，②を連立方程式として解いて，
$a=2$，$b=-1$　……答
これは適する。

(2) $a<0$ のとき，グラフは右下がりだから，
$x=1$ のとき $y=9$ より，
$a+b=9$……①
$x=7$ のとき $y=3$ より，
$7a+b=3$……②
①，②を連立方程式として解いて，
$a=-1$，$b=10$　……答
これは適する。

(3) $x=2$ のとき $y=2$ だから，
$2a+b=2$……①
$x=5$ のとき $y=-7$ だから，
$5a+b=-7$……②
①，②を連立方程式として解いて，
$a=-3$，$b=8$
$y=-3x+8$ について，
$x=1$ のとき，$y=-3\cdot 1+8=5$
$x=7$ のとき，$y=-3\cdot 7+8=-13$
よって，値域は，$-13\leqq y\leqq 5$　……答

小計 ／15

4 2次関数 $y=3x^2$ のグラフについて，次の問いに答えなさい。【各5点×3】

(1) x 軸方向に1だけ平行移動した放物線の方程式を，$y=ax^2+bx+c$ の形で答えなさい。

(2) x 軸方向に -2，y 軸方向に1だけ平行移動した放物線の方程式を $y=ax^2+bx+c$ の形で答えなさい。

(3) 平行移動して，放物線 $y=3x^2-6x$ に重ねるには，どのように平行移動すればよいか答えなさい。

(1) $y=3(x-1)^2$
$=3(x^2-2x+1)$
$=3x^2-6x+3$
よって，$y=3x^2-6x+3$　……答

(2) $y=3(x+2)^2+1$
$=3(x^2+4x+4)+1$
$=3x^2+12x+12+1$
$=3x^2+12x+13$
よって，$y=3x^2+12x+13$　……答

(3) $y=3x^2-6x$
$=3(x^2-2x)$
$=3\{(x-1)^2-1\}$
$=3(x-1)^2-3$
放物線 $y=3x^2-6x$ の頂点は点 $(1,\ -3)$
よって，x 軸方向に1，y 軸方向に -3 だけ平行移動すればよい。　……答

小計 ／15

5 放物線 $y=-x^2+4x-2$ について，次の問いに答えなさい。【各5点×3】

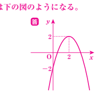
(1) グラフをかきなさい。

(2) この放物線を x 軸方向に -3，y 軸方向に1だけ平行移動したとき，その放物線の方程式を，$y=ax^2+bx+c$ の形で答えなさい。

(3) この放物線を平行移動して，放物線 $y=-x^2+x$ に重ねるには，どのように平行移動すればよいか答えなさい。

(1) $y=-x^2+4x-2$
$=-(x^2-4x)-2$
$=-\{(x-2)^2-4\}-2$
$=-(x-2)^2+2$
頂点は点 $(2,\ 2)$，軸は直線 $x=2$ だから，グラフは下の図のようになる。

答



(2) 移動した放物線の頂点は点
$(2-3,\ 2+1)$ より，$(-1,\ 3)$
よって，$y=-(x+1)^2+3$
$=-(x^2+2x+1)+3$
$=-x^2-2x+2$
求める放物線の方程式は，$y=-x^2-2x+2$
……答

(3) $y=-x^2+x$
$=-(x^2-x)$
$=-\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{4}$
放物線 $y=-x^2+x$ の頂点は点 $\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{4}\right)$
頂点は点 $(2,\ 2)$ から点 $\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{4}\right)$ へ移動するから，$\dfrac{1}{2}-2=-\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{1}{4}-2=-\dfrac{7}{4}$
x 軸方向に $-\dfrac{3}{2}$，y 軸方向に $-\dfrac{7}{4}$ だけ平行移動すればよい。　……答

小計 ／15

6 放物線 $y=2x^2+4x$ について，次の問いに答えなさい。【各5点×3】

(1) x 軸に関して対称な放物線の方程式を求めなさい。

(2) y 軸に関して対称な放物線の方程式を求めなさい。

(3) 原点に関して対称な放物線の方程式を求めなさい。

$f(x)=2x^2+4x$ とおく。

(1) x 軸に関して対称移動した放物線の方程式は，$y=-f(x)$ より，
$y=-(2x^2+4x)$
よって，$y=-2x^2-4x$　……答

(2) y 軸に関して対称移動した放物線の方程式は，$y=f(-x)$ より，
$y=2(-x)^2+4(-x)$
よって，$y=2x^2-4x$　……答

(3) 原点に関して対称移動した放物線の方程式は，$y=-f(-x)$ より，
$y=-(2x^2-4x)$
よって，$y=-2x^2+4x$　……答

［別解］ 頂点の対称移動によって求める。
$y=2x^2+4x$
$=2(x^2+2x)$
$=2\{(x+1)^2-1\}$
$=2(x+1)^2-2$
よって，放物線 $y=2x^2+4x$ の頂点は点 $(-1,\ -2)$

(1) 点 $(-1,\ -2)$ と x 軸に関して対称な点は点 $(-1,\ 2)$
また，上に凸の放物線となるから，
$y=-2(x+1)^2+2$ より，
$y=-2x^2-4x$

(2) 点 $(-1,\ -2)$ と y 軸に関して対称な点は点 $(1,\ -2)$
よって，$y=2(x-1)^2-2$ より，$y=2x^2-4x$

(3) 点 $(-1,\ -2)$ と原点に関して対称な点は点 $(1,\ 2)$　また，上に凸の放物線となるから，
$y=-2(x-1)^2+2$ より，
$y=-2x^2+4x$

小計 ／15