

1 数と式 introduction

学習の要点① 整式

◆ 文字式の構造

◎ 右の①のような多項式を**3次式**といい、 x^3 、 $-2x^2$ 、 $5x$ 、 -3 をそれぞれ**項**、 -2 のように文字の前に書かれた数を**係数**と呼ぶことを中学2年で学習しました。細かくいうと、 x^3 を3次の項、 $-2x^2$ を2次の項、 $5x$ を1次の項、 -3 を**定数項**といいます。

$$\textcircled{1} \quad x^3 - 2x^2 + 5x - 3$$

このような多項式と $3x^2y$ のような単項式を合わせて、**整式**といいます。

次に、②の多項式を見てみましょう。項は ax 、 b の2つで、 ax は文字が2つあるので、2次の項、 b は1次の項ですから、2次式ということが出来ます。

$$\textcircled{2} \quad ax + b$$

ところが、この式を1次関数の一般式 $y = ax + b$ の右辺と考えると、 x についての1次式ということも出来ます。高校では、このように、ある特定の文字に着目して、その文字以外は数と同等に扱うほうが一般的になります。

次の③の多項式について考えてみましょう。

$$\textcircled{3} \quad 3x^2 - xy^2 + 2x - x^2y + y^2 - 5$$

この整式は3次式で、 x^2 、 xy^2 、 x 、 x^2y 、 y^2 の係数はそれぞれ3、 -1 、2、 -1 、1で、定数項は -5 です。これを x についての式と考えると、

$$(3 - y)x^2 + (2 - y^2)x + (y^2 - 5)$$

となり、 x^2 の係数は $3 - y$ 、 x の係数は $2 - y^2$ 、定数項は $y^2 - 5$ ということが出来ます。

ここでは、 $3x^2$ と $-x^2y$ を、 $3x^2 - 2x^2 = (3 - 2)x^2$ と同じように、**同類項**と見てまとめています。 $-xy^2$ と $2x$ も同じ考え方です。

整式を、ある1つの文字について整理するとき、上のように次数の高い方から低い方への順に整理することを、**降べきの順に整理する**といいます。逆に、

$$(y^2 - 5) + (2 - y^2)x + (3 - y)x^2$$

のように、次数の低い方から高い方への順に整理することを、**昇べきの順に整理する**といいます。

低い方へ降りていくから降べきの順
高い方へ昇っていくから昇べきの順

高校では、まず、式をある特定の文字について整理することを学び、その整式の加法や減法、乗法や除法の仕方を学習していきますが、その大部分は中学で学習した内容の復習になります。

高校での新しい考え方の問題は、係数や降べきの順なども含め、次単元以降で学ぶことにし、この単元では、まず、中学で学んだ式の計算の復習を行ってみましょう。

◆ 確認問題 ◆ 1 ◆ 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の計算をしなさい。

$$\square \textcircled{1} \quad 3x - 2 + 4x + 1$$

$$\square \textcircled{2} \quad x + 5 - 5x + 8$$

$$\square \textcircled{3} \quad 3 - 2a - a + 9$$

$$\square \textcircled{4} \quad 2x + y - 3x - 4y$$

$$\square \textcircled{5} \quad 5x + 3y - 3x - 2y$$

$$\square \textcircled{6} \quad a + 2b - 3a - b$$

$$\square \textcircled{7} \quad 2x^2 - 3x + 1 - x^2 + 3x + 4$$

$$\square \textcircled{8} \quad x^2 + 3x - 4x^2 + 1 - 5x$$

$$\square \textcircled{9} \quad 3x^2y - xy^2 + 2xy^2 + x^2y$$

□(2) 次の計算をなさい。

□① $(x-3)+(x+5)$

□② $(2x+5)-(x-4)$

□③ $(3-a)-(10+a)$

□④ $(2x+y)+(x-2y)$

□⑤ $(3x+4y)-(2x+3y)$

□⑥ $(a-5b)-(3b-4a)$

□(3) 次の計算をなさい。

□① $2x \times 5x$

□② $x^2 \times x^3$

□③ $3a \times 2a^2$

□④ $x^4 \div x^2$

□⑤ $3x \times 2x^2 \div x^3$

□⑥ $a^3 \div a^2 \times a$

□(4) 次の計算をなさい。

□① $2(x+3)+3(x-1)$

□② $5x-4(x+1)$

□③ $3(2a+1)-4(a-5)$

□④ $2x-y+2(x+3y)$

□⑤ $2(3x+y)-3(x+2y)$

□⑥ $3(a+2b)-2(a+b)$

□⑦ $x(2x+y)+y(x+2y)$

□⑧ $2x(x-y+1)-y(3x+2y-5)$

□(5) 次の計算をなさい。

□① $(2x^2+4x-12) \div (-2)$

□② $(x^3-5x^2+x) \div x$

□(6) 次の計算をなさい。

□① $(x+1)(y-1)$

□② $(2x+3)(y-3)$

□③ $(x-1)(x^2+x+1)$

□(7) 次の乗法公式の右边を書きなさい。

□① $(a+b)^2 =$

□② $(a-b)^2 =$

□③ $(a+b)(a-b) =$

□④ $(x+a)(x+b) =$

□(8) 次の式を展開しなさい。

□① $(x+3)^2$

□② $(x-8)^2$

□③ $(x-2y)^2$

□④ $(x+5)(x-5)$

□⑤ $(x+7)(x-7)$

□⑥ $(x-2y)(x+2y)$

□⑦ $(x+2)(x+5)$

□⑧ $(x-3)(x-8)$

□⑨ $(x+4)(x-9)$

□⑩ $(x+2)(x-7)$

□⑪ $(x-5)(x-4)$

□⑫ $(x+9)(x-3)$

◎ 以上の計算は、2単元目の学習の基礎になります。ここまでできれば、高校の数学といっても、何も心配ありません。さて、因数分解については、3単元目で中学の復習も含めて集中的に学習することにして、次は数についての復習をしておきましょう。

◎ 中学に入学して、算数が数学になり、はじめて負の数を学習したことを覚えていますか。また、中学3年では、無理数という新しい「数」を学習しました。高校1年の数学では、新しい「数」は登場せず、中学までで学んだ数の範囲で問題を考えていきます。中学で学んだ

を合わせて、**実数**といいます。

無限小数には、無理数だけでなく、 $\frac{1}{7}=0.1428571428571\cdots$ のような分数も含まれます。ところが、無理数の $\sqrt{2}$ と $\frac{1}{7}$ を小数で表して比べると、違いが見られます。

$$\frac{1}{7} = 0.1428571428571 \dots$$

このように循環小数と無理数は違う種類の数です、むしろ、 $\frac{1}{7}$ は、 $\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{5}$ のように割り切れる分数と同じ仲間であると言えます。このように、 m を整数とし、 n を0でない整数としたときに、 $\frac{m}{n}$ の形で表される数を、**有理数**といいます。

実数

- 有理数
 - 整数
 - 正の整数(自然数)
 - 0
 - 負の整数
 - 整数でない有理数
 - 有限小数
 - 循環小数
- 無理数

無限小数

◆確認問題◆2◆ 次の問いに答えなさい。

□③ $2^2 \times (-3)^2$

☐ ⑥ $12 \times 2 - 3 \times 9$

$$\square \textcircled{9} \quad \frac{2^2 - 4 \times 3 \times (-2)}{3 \times 2}$$

□(2) 次の計算をなさい。

□① $\sqrt{2}\sqrt{3}$

□② $\sqrt{6}\sqrt{8}$

□③ $\sqrt{10}\times(-\sqrt{20})$

□④ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

□⑤ $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{8}}$

□⑥ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

□(3) 次の計算をなさい。

□① $\sqrt{2}+\sqrt{8}$

□② $\sqrt{3}-\sqrt{27}$

□③ $-\sqrt{5}+\sqrt{45}$

□④ $\sqrt{2}+\frac{2}{\sqrt{2}}$

□⑤ $\sqrt{28}-\frac{2}{\sqrt{7}}$

□⑥ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\sqrt{\frac{3}{2}}$

□(4) 次の計算をなさい。

□① $(\sqrt{2}+1)^2$

□② $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

□③ $(\sqrt{3}+2\sqrt{5})^2$

□④ $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$

□⑤ $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

□⑥ $(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

□⑦ $(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-1)$

□⑧ $(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}-1)$

□⑨ $(\sqrt{5}+2\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{18})$

□(5) 次の式の値を求めなさい。

□① $x=\sqrt{3}-1$ のとき, x^2+2x の値を求めなさい。

□② $x=\sqrt{2}+1$, $y=\sqrt{2}-1$ のとき, xy の値を求めなさい。

□③ $x=\sqrt{3}+\sqrt{5}$, $y=\sqrt{3}-\sqrt{5}$ のとき, x^2+y^2 の値を求めなさい。

□(6) 次の方程式を解きなさい。

□① $x-3=4$

□② $3-x=4$

□③ $-4x=2$

□④ $2x+1=7$

□⑤ $-3x+5=-4$

□⑥ $x-5=3x+1$

□⑦ $2(x+3)=-8$

□⑧ $-(2x-3)=x$

□⑨ $2(x-4)=3(x+5)$

□(7) 次の不等式を解きなさい。

□① $x-5>2$

□② $5-x>2$

□③ $-5x<10$

□④ $2x-3\leq-1$

□⑤ $-x\geq 2x-9$

□⑥ $10-4x>-2$

□⑦ $x+3<5x-8$

□⑧ $3x+1\geq 5-2x$

□⑨ $7(x-3)\leq -8+9x$

◎ これで高校数学の「数と式」への準備はできました。次の単元から、中学で学習したことがらを確認しながら、新たな学習領域に踏み込んでいきましょう。