

ポイント1 整式

◆ **単項式と多項式**……数や文字の積で表された式を**単項式**という。また、単項式の和として表される式を**多項式**といい、各単項式をその多項式の**項**という。単項式と多項式を合わせたものを**整式**という。

◆ **同類項**……多項式の中で文字の部分が同じ項を**同類項**という。同類項はまとめることができる。

例 $3a^2 - ab + 2b^2 + 5ab - 3b^2 + 4a^2 = (3+4)a^2 + (-1+5)ab + (2-3)b^2 = 7a^2 + 4ab - b^2$

◆ **次数**……単項式では、掛け合わされた文字の個数を**次数**、数の部分を**係数**という。多項式では、各項の次数のうち最高のもをその多項式の**次数**という。また、多項式では、次数が0の項を**定数項**という。

◆ **特定の文字に着目**……ある特定の文字に着目して、他の文字を数と見なして取り扱うことがある。

例 ① $-3x^3y^2 - 3x^3y^2 = -3 \times x \times x \times x \times y \times y$ より、文字5個の積だから、次数5、係数-3
 x に着目すると、 $-3x^3y^2 = (-3 \times y \times y) \times x \times x \times x$ だから、次数3、係数 $-3y^2$

② $a^3 - 4a^2b^2 + 5b^3 - 2$ a^3 は3次、 $-4a^2b^2$ は4次、 $5b^3$ は3次だから、次数4、定数項-2
 b に着目すると、 a^3 は0次、 $-4a^2b^2$ は2次、 $5b^3$ は3次、 -2 は0次だから、次数3、定数項 $a^3 - 2$

◆ **多項式の整理**……整式を、項の次数の高い方から順に並べることを**降べきの順**に整理するといひ、項の次数の低い方から順に並べることを**昇べきの順**に整理するといひ。

例 $x^2 + 2xy + 5y^2 - 3x + y + 1$ $\begin{cases} x \text{ について降べきの順に整理} \Rightarrow x^2 + (2y-3)x + 5y^2 + y + 1 \\ y \text{ について降べきの順に整理} \Rightarrow 5y^2 + (2x+1)y + x^2 - 3x + 1 \end{cases}$

確認問題1

次の問いに答えなさい。

□(1) 次の多項式の同類項をまとめて整理しなさい。

□① $6x - 9x + x$

□② $3a^2 - a + 1 + a^2 - 5a$

□③ $2x^2 - xy - 7y^2 + 4xy - y^2 + 6x^2$

□(2) 次の単項式の次数と係数を答えなさい。また、[]内の文字に着目したときの次数と係数を答えなさい。

□① $2x^2y$ [y]

□② $-a^3b^2$ [a]

□③ $\frac{1}{3}ax^2y^2$ [x]

□④ $-\frac{3}{7}xy^2z^3$ [x と z]

□(3) 次の多項式の次数を答えなさい。また、[]内の文字に着目したときの次数と定数項を答えなさい。

□① $ab + bc + ca$ [a]

□② $x^3 + 2x^2y - 3y^2$ [y]

□③ $3ax^3 - abx^2 + 4ax - ab^3$ [x]

□④ $a^2 - 3ab^2 + 4a^2b - ab - 9$ [b]

□(4) 次の式を、 x について降べきの順に整理しなさい。

□① $x^3 + 5x - 1 - 3x^2$

□② $2ax + a - x^2 - bx$

□③ $4x^2 - xy + 3y^2 - x - 2y + 1$

□④ $x^3 - 3xy + 7x^2y - 3 + x^2 + 4x$

ポイント2 整式の加法・減法

◆ 整式の計算法則……多項式の加法・減法・乗法は、次の計算法則をもとに行う。

- | | | |
|--------|------------------------------|---------------|
| ① 交換法則 | $A+B=B+A$ | $AB=BA$ |
| ② 結合法則 | $(A+B)+C=A+(B+C)$ | $(AB)C=A(BC)$ |
| ③ 分配法則 | $A(B+C)=AB+AC, (A+B)C=AC+BC$ | |

【例題】 $A=2x^2-3xy+y^2, B=5x^2+4xy-3y^2$ のとき、 $A-B, -3A+2B$ を計算しなさい。

【解法】 A, B に整式を代入するときは、かっこをつけて代入する。

$$\begin{aligned}
 A-B &= (2x^2-3xy+y^2) - (5x^2+4xy-3y^2) & -3A+2B &= -3(2x^2-3xy+y^2) + 2(5x^2+4xy-3y^2) \\
 &= 2x^2-3xy+y^2-5x^2-4xy+3y^2 & &= -6x^2+9xy-3y^2+10x^2+8xy-6y^2 \\
 &= (2-5)x^2 + (-3-4)xy + (1+3)y^2 & &= (-6+10)x^2 + (9+8)xy + (-3-6)y^2 \\
 &= -3x^2-7xy+4y^2 & &= 4x^2+17xy-9y^2
 \end{aligned}$$

確認問題2 次の整式 A, B について、 $A+B, A-B, 2A-3B$ をそれぞれ計算しなさい。

□(1) $A=2a^2-7a-3, B=a^2+5a-4$

□(2) $A=x^2+4xy-y^2, B=-3x^2-xy+2y^2$

ポイント3 整式の乗法

◆ 指数法則…… m, n が正の整数のとき、次の指数法則が成り立つ。

$$a^m a^n = a^{m+n} \quad (a^m)^n = a^{mn} \quad (ab)^n = a^n b^n$$

【例】 ① $3x^3 \times 5x^4 = 3 \times 5 \times x^3 \times x^4$ ② $(-3ab)^2 \times (-2a^2b)^3 = (-3)^2 a^2 b^2 \times (-2)^3 (a^2)^3 b^3$

$$\begin{aligned}
 &= 15x^{3+4} & &= 9a^2 b^2 \times (-8)a^{2 \cdot 3} b^3 \\
 &= 15x^7 & &= 9 \cdot (-8)a^{2+6} b^{2+3} = -72a^8 b^5
 \end{aligned}$$

※ 2・3 の ・ は、積を表す記号である。

◆ 多項式の乗法……単項式と多項式の積、多項式と多項式の積は分配法則を利用する。

【例】 ① $3ab(a^2-2b)$ ② $(2x-3)(x^2-x+4) = 2x(x^2-x+4) - 3(x^2-x+4)$

$$\begin{aligned}
 &= 3ab \cdot a^2 - 3ab \cdot 2b & &= 2x^3 - 2x^2 + 8x - 3x^2 + 3x - 12 \\
 &= 3a^3b - 6ab^2 & &= 2x^3 - 5x^2 + 11x - 12
 \end{aligned}$$

確認問題3 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の計算をしなさい。

□① $a^2 \times a^4$

□② $(x^3)^4$

□③ $(-5ab^3)^2$

□④ $3xy^2 \times (-4x^3y^5)$

□⑤ $(-2a^2b)^4 \times 5a^2b$

□⑥ $(-xy)^2 \times (-3x^3y^2)^3$

□(2) 次の計算をしなさい。

□① $2x^2y(3x-4y)$

□② $a(4a-3b) - 5b(a+2b)$

□③ $(x-2)(x^2+3x-5)$

□④ $(x^2-2xy+3y^2)(x+4y)$

ポイント4 乗法公式Ⅰ

◆ 基本的な乗法公式……中学で既に学習したもの。

$$\textcircled{1} \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\textcircled{2} \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\textcircled{3} \quad (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

例 $\textcircled{1} \quad (x+3)^2$

$$= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

$$\textcircled{2} \quad (3x-4y)^2$$

$$= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 4y + (4y)^2$$

$$= 9x^2 - 24xy + 16y^2$$

$$\textcircled{3} \quad (3a+b)(3a-b)$$

$$= (3a)^2 - b^2$$

$$= 9a^2 - b^2$$

$$\textcircled{4} \quad (x-5)(x+3)$$

$$= x^2 + (-5+3)x + (-5) \cdot 3$$

$$= x^2 - 2x - 15$$

$$\textcircled{5} \quad (2x+3y)(2x-y)$$

$$= (2x)^2 + (3y-y) \cdot 2x + 3y \cdot (-y)$$

$$= 4x^2 + 4xy - 3y^2$$

確認問題4 次

次の式を展開しなさい。

$$\square(1) \quad (x+7)^2$$

$$\square(2) \quad (a+5b)^2$$

$$\square(3) \quad (2x+3y)^2$$

$$\square(4) \quad (x-6)^2$$

$$\square(5) \quad (4x-y)^2$$

$$\square(6) \quad (5a-2b)^2$$

$$\square(7) \quad (x+9)(x-9)$$

$$\square(8) \quad (x-8y)(x+8y)$$

$$\square(9) \quad (7a+2b)(7a-2b)$$

$$\square(10) \quad (x+3)(x+6)$$

$$\square(11) \quad (x-5)(x-2)$$

$$\square(12) \quad (x+9)(x-8)$$

$$\square(13) \quad (x-8y)(x+3y)$$

$$\square(14) \quad (2x-3)(2x-5)$$

$$\square(15) \quad (3x+7y)(3x-y)$$

ポイント5 乗法公式Ⅱ

◆ 1次式 $ax+b$ と $cx+d$ の積の乗法公式……次の展開結果から、乗法公式④が得られる。

$$(ax+b)(cx+d) = ax(cx+d) + b(cx+d) = acx^2 + adx + bcx + bd = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

$$\textcircled{4} \quad (ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

例 $\textcircled{1} \quad (x+4)(2x+7)$

$$= 1 \cdot 2x^2 + (1 \cdot 7 + 4 \cdot 2)x + 4 \cdot 7$$

$$= 2x^2 + 15x + 28$$

$$\textcircled{2} \quad (3x+2y)(4x-3y)$$

$$= 3 \cdot 4x^2 + \{3 \cdot (-3y) + (2y) \cdot 4\}x + 2y \cdot (-3y)$$

$$= 12x^2 - xy - 6y^2$$

確認問題5 次

次の式を展開しなさい。

$$\square(1) \quad (x+2)(2x+3)$$

$$\square(2) \quad (x-4)(3x+1)$$

$$\square(3) \quad (2x-3)(x-7)$$

$$\square(4) \quad (3x+5)(x-2)$$

$$\square(5) \quad (2x-1)(5x-3)$$

$$\square(6) \quad (4x+3)(3x+2)$$

$$\square(7) \quad (x+y)(3x-2y)$$

$$\square(8) \quad (3x-8y)(2x+y)$$

$$\square(9) \quad (5x-y)(3x-4y)$$

ポイント6 乗法公式Ⅲ

◆ 3乗の和・差になる乗法公式……次の展開結果から、乗法公式⑤が得られる。

$$\begin{aligned}(a+b)(a^2-ab+b^2) \\&= a(a^2-ab+b^2) + b(a^2-ab+b^2) \\&= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a-b)(a^2+ab+b^2) \\&= a(a^2+ab+b^2) - b(a^2+ab+b^2) \\&= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3\end{aligned}$$

⑤ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

例 ① $(x+2)(x^2-2x+4)$
 $= (x+2)(x^2-x \cdot 2+2^2)$
 $= x^3+2^3=x^3+8$

② $(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$
 $= (x-3y)\{x^2+x \cdot 3y+(3y)^2\}$
 $= x^3-(3y)^3=x^3-27y^3$

確認問題6

次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+1)(x^2-x+1)$

□(2) $(x+5)(x^2-5x+25)$

□(3) $(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)$

□(4) $(x-2)(x^2+2x+4)$

□(5) $(x-6)(x^2+6x+36)$

□(6) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$

□(7) $(2x+y)(4x^2-2xy+y^2)$

□(8) $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

ポイント7 乗法公式Ⅳ

◆ 和・差の3乗の乗法公式…… $(a+b)^3$, $(a-b)^3$ の展開結果から、乗法公式⑥が得られる。

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= (a+b)(a+b)^2 \\&= (a+b)(a^2+2ab+b^2) \\&= a(a^2+2ab+b^2) + b(a^2+2ab+b^2) \\&= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 \\&= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a-b)^3 &= (a-b)(a-b)^2 \\&= (a-b)(a^2-2ab+b^2) \\&= a(a^2-2ab+b^2) - b(a^2-2ab+b^2) \\&= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 \\&= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3\end{aligned}$$

⑥ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

例 ① $(x+2)^3$
 $= x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3$
 $= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

② $(3x-2y)^3$
 $= (3x)^3 - 3 \cdot (3x)^2 \cdot 2y + 3 \cdot 3x \cdot (2y)^2 - (2y)^3$
 $= 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

確認問題7

次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+1)^3$

□(2) $(x+4)^3$

□(3) $(x+3y)^3$

□(4) $(x-2)^3$

□(5) $(x-6)^3$

□(6) $(x-5y)^3$

□(7) $(3x+1)^3$

□(8) $(2x-3)^3$

□(9) $(3x-4y)^3$

ポイント 8 いろいろな展開 I

例題 次の式を展開しなさい。

(1) $(a-b+c)^2$

(2) $(x+y-z)(x-y+z)$

解法 多項式の一部を 1 つの文字に置き換え、乗法公式を利用して展開する。

(1) $a-b=X$ とおくと、

(2) $(x+y-z)(x-y+z)$

$$(a-b+c)^2 = (X+c)^2$$

$$= \{x+(y-z)\} \{x-(y-z)\}$$

$$= X^2 + 2cX + c^2$$

$$\text{ここで、} y-z=X \text{ とおくと、}$$

$$= (a-b)^2 + 2c(a-b) + c^2 \quad \leftarrow \begin{array}{l} X \text{ を } a-b \\ \text{に戻す。} \end{array}$$

$$= (x+X)(x-X) = x^2 - X^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ca - 2bc + c^2$$

$$= x^2 - (y-z)^2 \quad \leftarrow \begin{array}{l} X \text{ を } y-z \\ \text{に戻す。} \end{array}$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$$

$$= x^2 - y^2 - z^2 + 2yz$$

確認問題 8 次の式を展開しなさい。

□(1) $(a+b+c)^2$

□(2) $(x-y-3)^2$

□(3) $(x-3y+2z)^2$

□(4) $(x+y+5)(x+y-5)$

□(5) $(2a+b+3)(2a+b-2)$

□(6) $(x^2-x-3)(x^2-x+1)$

□(7) $(x+y+2)(x-y+2)$

□(8) $(a+b+c)(a-b-c)$

□(9) $(x-3y+1)(x+3y-1)$

ポイント 9 いろいろな展開 II

例題 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+y)^2(x-y)^2$

(2) $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$

解法 積の組み合わせを工夫して、効率よく展開する。

(1) $(x+y)^2(x-y)^2$

(2) $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$

$$= \{(x+y)(x-y)\}^2$$

$$= (x^2+x-2)(x^2+x-12) \quad \leftarrow \begin{array}{l} (x-1) \text{ と } (x+2), (x-3) \text{ と } (x+4) \\ \text{をそれぞれ組み合わせる。} \end{array}$$

$$= (x^2-y^2)^2$$

$$\text{ここで、} x^2+x=X \text{ とおくと、}$$

$$= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot y^2 + (y^2)^2$$

$$= (X-2)(X-12) = X^2 - 14X + 24$$

$$= x^4 - 2x^2y^2 + y^4$$

$$= (x^2+x)^2 - 14(x^2+x) + 24 \quad \leftarrow \begin{array}{l} X \text{ を } x^2+x \text{ に戻す。} \end{array}$$

$$= x^4 + 2x^3 + x^2 - 14x^2 - 14x + 24 = x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$$

確認問題 9 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+3)^2(x-3)^2$

□(2) $(a+2b)^2(a-2b)^2$

□(3) $(x-1)^3(x+1)^3$

□(4) $(x+2)(x-2)(x^2+4)$

□(5) $(9x^2+y^2)(3x+y)(3x-y)$

□(6) $(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)$

□(7) $(x-2)(x-5)(x-3)(x-4)$

練成問題

【1】 次の整式の同類項をまとめなさい。また、〔 〕内の文字に着目したとき、その次数と定数項を答えなさい。

□(1) $3x - y - 8x + 2x^2 + 2y - x^2$ 〔 x 〕

□(2) $a^2b^2 + 4ab - ab - 3a^2b^2 - 6a - 2b + 1$ 〔 b 〕

□(3) $x^3 - 3xy^2 - 5xy + 2ay + y^3 - 2xy - ay - 3$ 〔 y 〕

【2】 $A = x^2 - 4xy - 3y^2$, $B = 2x^2 - xy - y^2$, $C = -x^2 + y^2$ のとき、次の計算をしなさい。

□(1) $A + B - C$

□(2) $2A - B + 5C$

【3】 次の(1)～(3)を計算しなさい。また、(4)～(18)の式を展開しなさい。

□(1) $3x^4 \times (-7x^5)$

□(2) $5a^2b^3 \times (2a^3b)^3$

□(3) $(-2xy^2)^2 \times (-3x^2y)^4$

□(4) $-ab(2a^2 - b + 5)$

□(5) $(x - 3y)(x^2 - 2xy - 5y^2)$

□(6) $(a + 7b)^2$

□(7) $(4x - 5y)^2$

□(8) $(2a + 5)(2a - 5)$

□(9) $(3x - 7y)(3x + 7y)$

□(10) $(x + 7y)(x - 6y)$

□(11) $(2a - 8)(2a - 3)$

□(12) $(2x - 5)(3x + 4)$

□(13) $(3x + 8)(4x - 5)$

□(14) $(4a - 3b)(5a - b)$

□(15) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$

□(16) $(3a - 5b)(9a^2 + 15ab + 25b^2)$

□(17) $(a + 4b)^3$

□(18) $(2x - 5y)^3$

【4】 次の式を展開しなさい。

□(1) $(2a - b - c)^2$

□(2) $(x + 2y + 5)(x + 2y - 5)$

□(3) $(a - 3b - 1)(a - 3b + 3)$

□(4) $(x^2 + 4x - 1)(x^2 - 4x + 1)$

□(5) $(a - 2b)(a + 2b)(a^2 + 4b^2)$

□(6) $(3x + 1)^2(3x - 1)^2$

□(7) $(x + 1)^2(x - 3)^2$

□(8) $(a - b)^2(a + b)^2(a^2 + b^2)^2$

□(9) $(x + 2)^2(x^2 - 2x + 4)^2$

□(10) $(x - 1)^2(x^2 + x + 1)^2$

□(11) $(x - 2)^3(x + 2)^3$

□(12) $(x + 1)(x + 3)(x - 5)(x - 7)$

英語の並び方には大きく分けて 5 つのパターンがある。そのパターンを知ることによって英文の意味をより正確に読み取ることができる。

A S・V・O・C

- 文の成分…文を構成する主な成分は 4 つある。

S → 主語 〈名詞(代名詞)〉 ▷ 「～は」, 「～が」にあたる語。
V → 動詞 〈be 動詞・一般動詞〉 ▷ 動きや状態を表す語。
O → 目的語 〈名詞(代名詞)〉 ▷ 「～を」, 「～に」にあたる語。
C → 補語 〈名詞(代名詞)・形容詞〉 ▷ 主語や目的語の状態や性質を説明する語。

注意 修飾語は **M** で表す。副詞や, in the room のような前置詞を用いた表現も修飾語である。

参考 5 つのパターン

第 1 文型	S+V	〈主語+動詞〉
第 2 文型	S+V+C	〈主語+動詞+補語〉
第 3 文型	S+V+O	〈主語+動詞+目的語〉
第 4 文型	S+V+O+O	〈主語+動詞+目的語+目的語〉
第 5 文型	S+V+O+C	〈主語+動詞+目的語+補語〉

B 自動詞・他動詞

一般動詞は、自動詞と他動詞に分けることができる。なお、英文が第 1 文型から第 5 文型のうちのどのパターンであるかは、動詞の種類(自動詞・他動詞など)によって決まる。

- (1) 自動詞…主語が自らできる動作 〈主語+自動詞〉

The moon came. (月が現れた)

▷ came という動作は The moon (主語) だけで成り立つ。

- (2) 他動詞…主語だけでなく動作の対象も必要になる動作 〈主語+他動詞+目的語〉

I visited my aunt. (わたしはおばを訪ねた)

▷ visited という動作は I (主語) と my aunt (目的語) があって成り立つ。

注意 目的語とは？

my aunt のように、他動詞のあとにくる名詞(代名詞)を目的語という。目的語は「～を」, 「～に」にあたる語であるが、修飾語(副詞や前置詞を用いた表現)は「～を」, 「～に」と訳しても目的語ではないので注意が必要。

例 She went home. (彼女は家に帰った) 〈副詞〉

I helped with the dishes. (わたしは皿洗いを手伝った) 〈前置詞を用いた表現〉



Exercises



1 〈文の成分〉 次の文の成分とその品詞についての表を完成させるとき、()に入る語を下から選び、記号で答えなさい。ただし、同じ記号を何度使ってもよい。

	文の成分	品 詞
S	①()	⑤()
V	②()	⑥()
O	③()	⑦()
C	④()	⑧(), ⑨()

ア 主語 イ 形容詞 ウ 目的語
 エ 補語 オ 名詞(代名詞) カ 動詞

2 〈自動詞と他動詞の両方をもつ動詞〉 下の英文中の動詞は自動詞と他動詞の両方の性質をもつものである。それぞれの動詞の役割を考えて、英文を日本語に直しなさい。

- (1)① You will get to the airport soon.
 あなたはすぐに空港に()
- ② I will get a good *grade on the next test.
 わたしは次のテストで()
- (2)① Water *boils at 100°C.
 水は100度で()
- ② My mother boils three eggs every morning.
 母は毎朝、()
- (3)① The tree grows only in Africa.
 その木はアフリカでだけ()
- ② They grow a lot of trees in the garden.
 彼らは庭で()
- *grade 成績 *boil 沸騰する, ゆでる

3 〈自動詞・他動詞〉 次の文中の動詞がそれぞれ「自動詞」として用いられているなら **A**, 「他動詞」として用いられているなら **B** で答えて、英文全体を日本語に直しなさい。

- (1) I love sweets very much. 動詞の種類 []
 ()
- (2) He stayed with his uncle during the summer. 動詞の種類 []
 ()
- (3) My sister walks to school every day. 動詞の種類 []
 ()
- (4) What do you have in your bag? 動詞の種類 []
 ()