

34

2次関数 関数のグラフの移動

重要

Q1

放物線 $y=2x^2+4x+1$ を平行移動して、放物線 $y=2x^2-2x-1$ に重ねるには、どのように移動すればよいか答えなさい。

関数のグラフの移動

放物線 $y=ax^2+bx+c$ において、

頂点は、点 $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$

軸は、直線 $x=-\frac{b}{2a}$

★ 考え方 ★

2つの放物線の頂点の移動に着目する。

頂点を求めるには、2つの式をともに平方完成により、

$y=a(x-p)^2+q$ の形に変形する。

$y=2x^2-2x-1$ の頂点は、 x 座標、 y 座標ともに分数になる。

2次式 ax^2+bx+c の平方完成

☞ P.156 Q2

$$\begin{aligned} ax^2+bx+c &= a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c=a\left\{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}+c \\ &= a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-a\left(\frac{b}{2a}\right)^2+c \\ &= a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a} \end{aligned}$$

答案

$y=2x^2+4x+1$ を変形すると、

$$y=2(x+1)^2-1$$

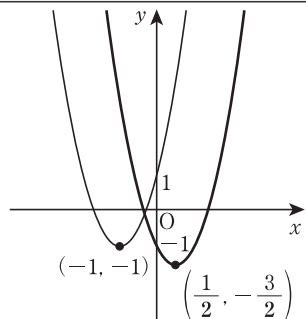
$y=2x^2-2x-1$ を変形すると、

$$y=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$$

よって、頂点は点 $(-1, -1)$ から

点 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ に移動する。したがって、

x 軸方向に $\frac{3}{2}$ 、 y 軸方向に $-\frac{1}{2}$ だけ平行移動すればよい。……答



重要

Q2

放物線 $y=2x^2+4x+1$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。

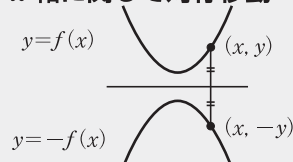
(1) x 軸

(2) y 軸

(3) 原点

対称移動した放物線の方程式

x 軸に関して対称移動



★ 考え方 ★

$y=f(x)$ のグラフの対称移動

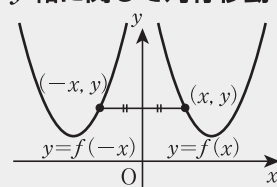
(1) x 軸に関しての対称移動では、 $-y=f(x)$

すなわち、 $y=-f(x)$

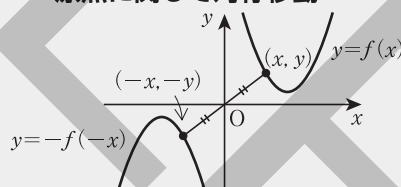
(2) y 軸に関しての対称移動では、 $y=f(-x)$

(3) 原点に関しての対称移動では、 $y=-f(-x)$

y 軸に関して対称移動



原点に関して対称移動



答案

$f(x)=2x^2+4x+1$ とおく。

(1) x 軸に関して対称移動後の方程式は、 $y=-f(x)$

$$y=-(2x^2+4x+1) \text{ すなわち、} y=-2x^2-4x-1 \text{ ……答}$$

(2) y 軸に関して対称移動後の方程式は、 $y=f(-x)$

$$y=2(-x)^2+4(-x)+1 \text{ すなわち、} y=2x^2-4x+1 \text{ ……答}$$

(3) 原点に関して対称移動後の方程式は、 $y=-f(-x)$

$$y=-\{2(-x)^2+4(-x)+1\} \text{ すなわち、} y=-2x^2+4x-1 \text{ ……答}$$

学習の目標

- 関数のグラフの移動について理解しよう。どのように移動すれば重ねることができるか考えてみよう。
- 対称移動した放物線の方程式について理解し、求めてみよう。

Q1 〈関数のグラフの移動〉について、まとめよう。

まとめ

■ 放物線 $y=ax^2+bx+c$ の頂点は点 (,), 軸は

確認問題

- 放物線 $y=-x^2+4x-2$ を平行移動して、放物線 $y=-x^2-2x+3$ に重ねるとき、次の問いに答えなさい。

- ☐☐☐ (1) 放物線 $y=-x^2+4x-2$ の頂点を求めなさい。
☐☐☐ (2) 放物線 $y=-x^2-2x+3$ の頂点を求めなさい。
☐☐☐ (3) (1)と(2)の放物線のグラフをかいて、どのように移動すればよいか答えなさい。

(1) $y=-x^2+4x-2$

を変形すると、

$y=$

よって、頂点は

(2) $y=-x^2-2x+3$

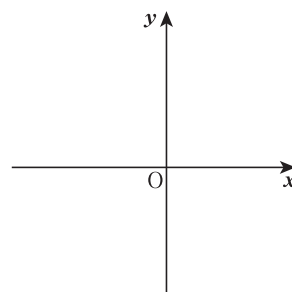
を変形すると、

$y=$

よって、頂点は

- (3) グラフは右の図のようになる。

x 軸方向に , y 軸方向に だけ平行移動する。



Q2 〈対称移動した放物線の方程式〉について、まとめよう。

まとめ

■ 2次関数 $y=f(x)$ のグラフを、 x 軸に関して対称移動すると、 $y=$, y 軸に関して対称移動すると、 $y=$, 原点に関して対称移動すると、 $y=$ となる。

確認問題

- 放物線 $y=-2x^2-3x+2$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。

- ☐☐☐ (1) x 軸 ☐☐☐ (2) y 軸 ☐☐☐ (3) 原点

$f(x)=-2x^2-3x+2$ とおく。

- (1) x 軸に関して対称移動後の (2) y 軸に関して対称移動後の (3) 原点に関して対称移動後の

方程式は、 $y=$

方程式は、 $y=$

方程式は、 $y=$

$y=-$ ()

$y=$

$y=-$ ()

すなわち、

すなわち、

すなわち、

$y=$

$y=$

$y=$

演習問題

1 次の問いに答えなさい。

→ Q1

★ □□□ (1) 放物線 $y=x^2-4x$ を平行移動して次の放物線に重ねるには、どのように移動すればよいか答えなさい。

□□□ ① $y=x^2+3$

□□□ ② $y=x^2-6x-3$

□□□ (2) 放物線 $y=-2x^2+4x+1$ を平行移動して次の放物線に重ねるには、どのように移動すればよいか答えなさい。

□□□ ① $y=-2x^2$

□□□ ② $y=-2x^2-8x-3$

2 次の問いに答えなさい。

→ Q2

★ □□□ (1) 放物線 $y=-x^2+5x-2$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。

□□□ ① x 軸

□□□ ② y 軸

□□□ ③ 原点

□□□ (2) 放物線 $y=2x^2-x-4$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。

□□□ ① x 軸

□□□ ② y 軸

□□□ ③ 原点

3 放物線 $y=2x^2+4x+5$ について、次の問いに答えなさい。

□□□ (1) この放物線の頂点を求めなさい。

□□□ (2) この放物線を、 x 軸方向に 3, y 軸方向に -2 だけ平行移動した放物線の方程式を求めなさい。

理解度チェック

★ 次の空欄をうめなさい。

□□□(1) 2次式 ax^2+bx+c の平方完成をすると、 $ax^2+bx+c=a\left(\square\right)^2-\square$

$y=ax^2+bx+c$ の頂点は点 $(\square, \square)$ ，軸は、直線 $x=\square$

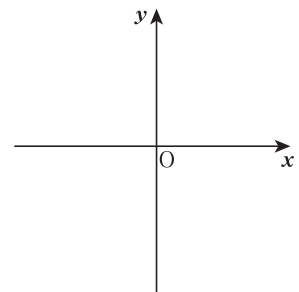
□□□(2) $y=f(x)$ のグラフを、 x 軸に関して対称移動すると $y=\square$ ， y 軸に関して対称移動すると $y=\square$ ，原点に関して対称移動すると $y=\square$ となる。

1 放物線 $y=-x^2+2x+1$ を平行移動して、放物線 $y=-x^2-4x-1$ に重ねるとき、次の問いに答えなさい。

□□□(1) 放物線 $y=-x^2+2x+1$ の頂点を求めなさい。

□□□(2) 放物線 $y=-x^2-4x-1$ の頂点を求めなさい。

□□□(3) グラフをかき、どのように移動すればよいか答えなさい。



2 放物線 $y=2x^2-4x+3$ を次のものに関して対称移動した放物線の方程式を求めなさい。

□□□(1) x 軸

□□□(2) y 軸

□□□(3) 原点

★自分でチェックしてみよう★

●関数のグラフの移動

先生メモ

項 目	1 回目(/)	2 回目(/)	3 回目(/)	ここに戻る
2つの放物線の位置関係について理解した	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q1
対称移動した放物線の方程式が求められた	yes / no	yes / no	yes / no	→ Q2