

● まどかさんとよしのさんは、分子が1の2つの分数のかけ算とひき算を計算すると、答えが同じになる場合と、同じにならない場合があることに気づきました。そこで、いろいろな分数を使って、かけ算とひき算の答えが同じになる計算(例1～例3)と、かけ算とひき算の答えがちがう数になる計算(例4～例6)をそれぞれ3つずつ見つけました。

<かけ算とひき算の答えが同じになる計算>

(例1)

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

(例2)

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{5}{20} - \frac{4}{20} = \frac{1}{20}$$

(例3)

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{7}{42} - \frac{6}{42} = \frac{1}{42}$$

<かけ算とひき算の答えが同じにならない計算>

(例4)

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

(例5)

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$$

(例6)

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$



まどか

どんな分数なら、かけ算とひき算の答えが同じになるんだろう。



よしの

2つの分数の分母にどんな共通点があるか、考えてみよう。

まどかさんは、かけ算とひき算の答えが同じになる理由を、分母に○と□の記号を使って、次のように説明しました。

【まどかさんの説明Ⅰ】



まどか

分母になる数を○と□(○<□)とすると、

2つの分数は $\frac{1}{○}$ と $\frac{1}{□}$ のように表すことができます。

まず、 $\frac{1}{○}$ と $\frac{1}{□}$ のかけ算の答えを求めます。

<かけ算>

$$\frac{1}{○} \times \frac{1}{□} = \boxed{\text{①}}$$

答えは $\boxed{\text{①}}$ と表すことができます。

次に、ひき算の答えを求めます。

<ひき算>

$$\frac{1}{○} - \frac{1}{□} = \frac{1 \times □}{○ \times □} - \frac{1 \times ○}{□ \times ○} = \frac{1 \times □ - 1 \times ○}{○ \times □} = \frac{1 \times (□ - ○)}{○ \times □}$$

もしも、 $□ - ○ = \boxed{\text{②}}$ ならば、 $\frac{1 \times (□ - ○)}{○ \times □} = \boxed{\text{①}}$ となり、

かけ算の答えとひき算の答えが同じになります。



よしの

ということは、 $□ - ○ = \boxed{\text{②}}$ になる2つの数(○と□)が分母になっている分数どうしの、かけ算とひき算の答えが同じになるということだね。



- (1) 【まどかさんの説明Ⅰ】が正しくなるように、 $\boxed{\text{①}}$ にあてはまる式、 $\boxed{\text{②}}$ にあてはまる数をそれぞれ書きましょう。

(答え)① _____ ② _____



- (2) まどかさんは、2つの分数のかけ算とひき算の答えが同じになるときの、分数の分母の特ちょうについて、次のようにまとめました。【まどかさんの説明2】が正しくなるように、①の()にあてはまるものを選び、記号で答えましょう。また、(②)~(④)にあてはまる数を書きましょう。

【まどかさんの説明2】



まどか

分子が1の2つの分数のかけ算とひき算の答えが同じになるとき、2つの分数の分母の数の①(ア 和 イ 差 ウ 積 エ 商)は(②)になります。だから、分母の数の組み合わせが、10と(③)または(④)ならば、分数のかけ算とひき算の答えが同じになります。

(答え) ① _____ ② _____ ③ _____ ④ _____



- (3) (2)を参考に、かけ算とひき算の答えが $\frac{1}{72}$ になる2つの分数を求めましょう。

(答え) _____



よしの

次の【問題】の答えも、2つの分数のかけ算とひき算の答えが同じになることを利用して解くことができるみたいだけど、どうしたら解けるかな。

【問題】 $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = ?$



まどか

でも、この式は、かけ算でもひき算でもないし、分数が4つもあるわ。



よしの

あ！この1つ1つの分数を、かけ算の形に変えてみたらどうかな。

よしのさんは、【問題】の式を、かけ算を使って次のように変えてみました。

【問題】 $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = ?$



$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{6}\right) = ?$$



よしの

$\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}$ の分数を、それぞれ分数のかけ算に直しました。()内の2つの分数は、どれもかけ算とひき算の答えが同じになる分数の条件にあてはまっています。だから、この式はひき算を使って次のように直せます。



$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = ?$$



同じ数のひき算とたし算を消していきます。

$$\frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \cancel{\frac{1}{4}} - \cancel{\frac{1}{5}} + \cancel{\frac{1}{5}} - \frac{1}{6} = ?$$

全部消える



よしの



よしの

答えは、 $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ です。簡単にできました。



□(4) よしのさんが解いた方法で、 $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}$ の計算をしましょう。

(答え)