1-1 2乗に比例する関数

例題 1

yはxの2乗に比例し，$x=2$のとき，$y=-1$となります。
(1)　yをxの式で表しましょう。　　(2)　$x=-4$のときのyの値を求めましょう。

POINT　yがxの2乗に比例する関数の式…$y=ax^2$

CHECK 空所をうめよう

(1)　求める式を$y=ax^2$として，
$x=2$，$y=-1$を代入すると，

□ $=a\times$ □ ^{2}

□ $a=$ □

$a=$ □

よって，$y=$ □ x^2

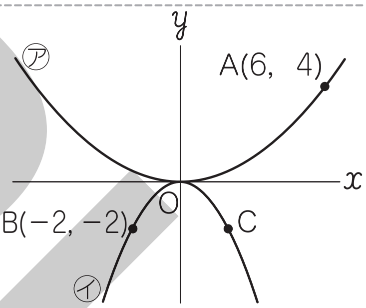
(2)　$y=$ □ x^2に$x=$ □ を代入して，

$y=$ □ $\times($ □ $)^2$

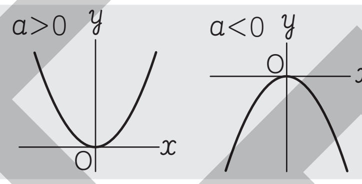
$=$ □

例題 2

右の図で，㋐は関数$y=ax^2$のグラフ，
㋑は関数$y=bx^2$のグラフです。
㋐はA(6，4)，㋑はB(−2，−2)を通ります。
(1)　a，bの値をそれぞれ求めましょう。
(2)　㋑上にあって，Bとy座標が等しい点Cのx座標を求めましょう。



POINT　$y=ax^2$のグラフ（放物線（ほうぶつせん））の特徴
① 原点を通り，y軸について対称
② $a>0$⇒上に開いた形，$a<0$⇒下に開いた形
③ aの絶対値が大きいほど，開き具合は小さい



CHECK 空所をうめよう

(1)　aの値…$y=ax^2$に$x=$ □（Aのx座標），$y=$ □（Aのy座標）を代入して，$a=$ □

bの値…$y=bx^2$に$x=$ □，$y=$ □ を代入して，$b=$ □

(2)　㋑の式$y=$ □ x^2に$y=$ □ を代入して，□ $=$ □ x^2

これを解くと，$x=\pm$ □　　$x>0$より，Cのx座標は □

※CはBとy軸について対称な点になっていることを確かめましょう。

学習の内容

y が x の2乗に比例する関数（$y=ax^2$）の基本事項を学習します。
関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴を確かめて，問題で利用できるようにしておきましょう。

Q1 練習しよう

□(1) y は x の2乗に比例し，$x=3$ のとき，$y=18$ となります。

□① y を x の式で表しましょう。　　□② $x=-1$ のときの y の値を求めましょう。

〔　　　　　　〕　　〔　　　　　　〕

□(2) y は x の2乗に比例し，$x=-6$ のとき，$y=12$ となります。

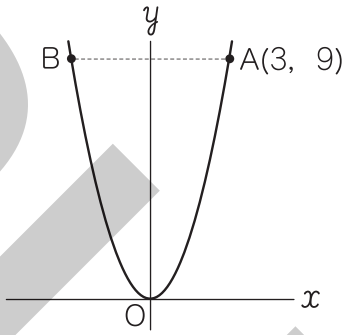
□① y を x の式で表しましょう。　　☆□② $y=3$ となる x の値をすべて求めましょう。

〔　　　　　　〕　　〔　　　　　　〕

HINT (2)② x の値は正と負の2種類があることに気をつけよう。

Q2 練習しよう

□(1) 右の図で，関数 $y=ax^2$ のグラフがA(3，9)を通っています。



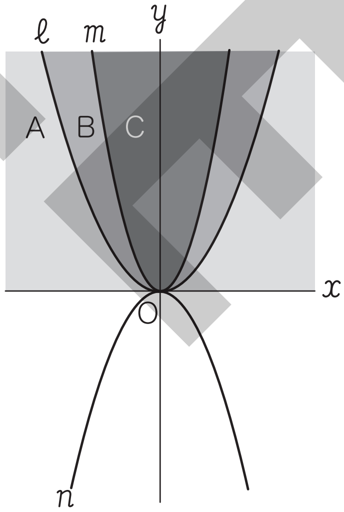
□① a の値を求めましょう。

〔　　　　　　〕

□② このグラフ上にあって，Aと y 座標が等しい点をBとします。Bの座標を求めましょう。

（　　　，　　　）

☆□(2) 右の図の ℓ，m，n は，次の3つの関数㋐～㋒のグラフのうちのどれかを表しています。



㋐ $y=x^2$　　㋑ $y=-\frac{1}{2}x^2$　　㋒ $y=\frac{1}{3}x^2$

□① n のグラフの式を選びましょう。

〔　　　　〕

□② ℓ，m のグラフの式をそれぞれ選びましょう。

ℓ〔　　　　〕m〔　　　　〕

□③ $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを p とします。p は，図のA，B，Cのうちどこを通りますか。

〔　　　　〕

HINT (2)③ $y=ax^2$ の a の絶対値を利用して，グラフの開き具合をくらべよう。

1-2　2乗に比例する関数の値の変化

例題 3

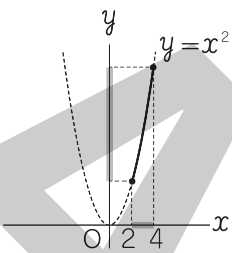
関数 $y=x^2$ の x の変域が次の(1)，(2)のようであるとき，y の変域を求めましょう。

(1)　$2 \leqq x \leqq 4$　　(2)　$-3 \leqq x \leqq 1$

POINT　関数 $y=ax^2$ の変域…グラフの形をイメージしながら考える。

CHECK 空所をうめよう

(1)

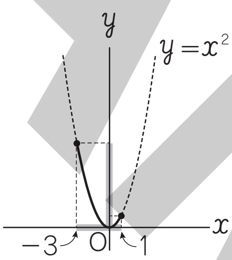


y が最小となるのは，$x=$ □ のときで，$y=$ □

y が最大となるのは，$x=$ □ のときで，$y=$ □

よって，y の変域は，□ $\leqq y \leqq$ □

(2)



y が最小となるのは，$x=$ □ のときで，$y=$ □

y が最大となるのは，$x=$ □ のときで，$y=$ □

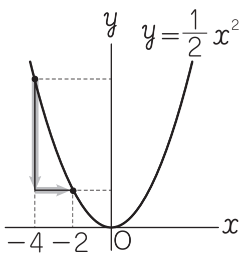
よって，y の変域は，□ $\leqq y \leqq$ □

例題 4

関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ で，x の値が -4 から -2 まで増加するときの変化の割合を求めましょう。

POINT　変化の割合 $=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$　　y の増加量 = 変化の割合 × x の増加量

CHECK 空所をうめよう



$x=-4$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times($ □ $)^2=$ □

$x=-2$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times($ □ $)^2=$ □

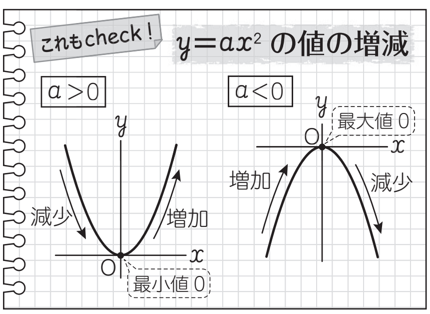
x の増加量は，$(-2)-(-4)=$ □

大−小

y の増加量は，□ − □ = □

対応する x の値と順番をそろえる！

よって，変化の割合は，$\dfrac{\square}{\square}=$ □

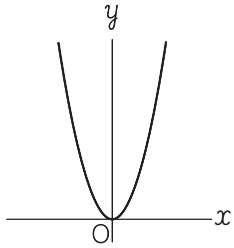


学習の内容

2乗に比例する関数の「変域」と「変化の割合」について学習します。
グラフをかいたり，グラフの形をイメージしたりしながら考えてみましょう。

Q3 練習しよう

□(1)　関数$y=3x^2$のxの変域が次の①，②のようであるとき，yの変域を求めましょう。



□①　$-2 \leqq x \leqq -1$　　　　□②　$-\frac{1}{3} \leqq x \leqq 1$

〔　　　　　　〕　〔　　　　　　〕

□(2)　関数$y=-x^2$のxの変域が$-4 \leqq x \leqq 5$であるとき，yの変域を求めましょう。

〔　　　　　　〕

☆□(3)　関数$y=ax^2$について，xの変域が$-3 \leqq x \leqq 1$のときのyの変域は$0 \leqq y \leqq 18$です。

□①　yが最小となるときとyが最大となるときのxの値をそれぞれ求めましょう。

yが最小〔　　　　　　〕　yが最大〔　　　　　　〕

□②　$y=ax^2$のaの値を求めましょう。

〔　　　　　　〕

HINT　(3)②　「yが最小⇒$y=0$」「yが最大⇒$y=18$」を利用しよう。

Q4 練習しよう

□(1)　関数$y=2x^2$について，xの値が次の①～④のように増加するときの変化の割合を求めましょう。

□①　3から5まで増加　　　　□②　-1から2まで増加

〔　　　　　　〕　〔　　　　　　〕

□③　-5から3まで増加　　　　□④　-2から-1まで増加

〔　　　　　　〕　〔　　　　　　〕

☆□(2)　関数$y=ax^2$について，xの値が3から6まで増加するときの変化の割合は3になります。

□①　$x=3$のときと$x=6$のときのyの値を，それぞれaを使った式で表しましょう。

$x=3$のとき〔　　　　　　〕　$x=6$のとき〔　　　　　　〕

□②　$y=ax^2$のaの値を求めましょう。

〔　　　　　　〕

HINT　(2)②　yの増加量をaを使った式で表して，方程式をつくろう。