1 数と式・規則性

学習日　／

1 **ある陸上競技大会に小学生と中学生あわせて120人が参加した。そのうち，小学生の人数の35％と中学生の人数の20％が100m走に参加し，その人数は小学生と中学生あわせて30人だった。このとき，次の各問いに答えなさい。** 〈三重〉

□(1)　次の［　　］は，陸上競技大会に参加した小学生の人数と，中学生の人数を求めるために，連立方程式に表したものである。$\boxed{\text{①}}$，$\boxed{\text{②}}$ に，それぞれあてはまる適切なことがらを書き入れなさい。

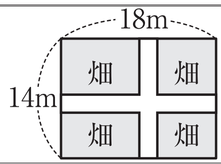
> 陸上競技大会に参加した小学生の人数をx人，中学生の人数をy人とすると，
>
> $$\begin{cases} \boxed{\quad\text{①}\quad} = 120 \\ \boxed{\quad\text{②}\quad} = 30 \end{cases}$$
>
> と表すことができる。

□(2)　陸上競技大会に参加した小学生の人数と，中学生の人数をそれぞれ求めなさい。

2 **ゆうさんたちの学級では，数学の授業で次の〔問題〕に取り組んだ。下の【ゆうさんのノート】と【りくさんのノート】は，ゆうさんとりくさんがこの問題を正しく解いたノートの一部である。** 〈高知A〉

〔問題〕

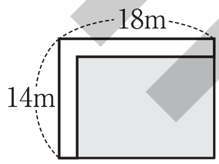
縦が14m，横が18mの長方形の土地に，右の図のように，同じ幅の道を縦と横につくり，残りの土地を畑にすることにした。畑の面積が192 m^{2}となるようにするには，道幅を何mにすればよいか。



【ゆうさんのノート】

〔解答〕

右の図のように，道を動かしても，畑の面積は変わらない。



道幅をxmとすると，道を動かした畑の，縦の長さと横の長さは，($\boxed{\text{ア}}$)m，($\boxed{\text{イ}}$)mと，それぞれxを使って表すことができる。

よって，方程式をつくると

($\boxed{\text{ア}}$)($\boxed{\text{イ}}$)$=192$

$ax^2+bx+c=0$の形にすると

$\boxed{\text{X}}=0$

$\boxed{\qquad\qquad\text{Y}\qquad\qquad}$

【りくさんのノート】

〔解答〕

道幅をxmとすると，縦方向の道の面積と横方向の道の面積は，$\boxed{\text{ウ}}$ m^2，$\boxed{\text{エ}}$ m^{2}と，それぞれxを使って表すことができる。

また，縦方向の道と横方向の道が重なる部分の面積はx^2m^{2}となるので，道の面積の合計は，

($\boxed{\text{ウ}}+\boxed{\text{エ}}-x^2$)m^{2}となる。

よって，方程式をつくると

$14\times18-(\boxed{\text{ウ}}+\boxed{\text{エ}}-x^2)=192$

$ax^2+bx+c=0$の形にすると

$\boxed{\text{X}}=0$

$\boxed{\qquad\qquad\text{Y}\qquad\qquad}$

□(1)　【ゆうさんのノート】の$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$に当てはまる文字式を，それぞれ書きなさい。

□(2)　【りくさんのノート】の$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$に当てはまる文字式を，それぞれ書きなさい。

□(3)　【ゆうさんのノート】と【りくさんのノート】の$\boxed{\text{X}}$には同じ文字式が入り，$\boxed{\text{Y}}$には言葉と式を使って書いた解答の続きが入る。$\boxed{\text{X}}$に当てはまる文字式と，$\boxed{\text{Y}}$に入る内容を書き，解答を完成させなさい。

3 次の問題について，あとの各問いに答えなさい。 〈山形〉

〔問題〕

ある洋菓子店では，お菓子を箱に入れた商品A，B，Cを，それぞれ作っています。右の表は，それぞれの商品に入っているお菓子の種類と個数を示したものです。

	商品A	商品B	商品C
ドーナツ（個）	8	0	12
クッキー（個）	0	12	15

この洋菓子店では，商品A，B，Cを合わせて40箱作り，そのうち，商品Cは10箱作りました。また，40箱の商品を作るために使ったお菓子の個数は，ドーナツのほうが，クッキーより50個少なくなりました。40箱の商品を作るために使ったドーナツは何個ですか。

□(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。どの数量を文字で表すかを示し，問題にふくまれる数量の関係から，1次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

□(2) 40箱の商品を作るために使ったドーナツの個数を求めなさい。

4 結奈さんと琉斗さんは，連続する2つの奇数では，大きい奇数の2乗から小さい奇数の2乗をひいた数がどんな数になるか調べた。

1，3のとき　$3^2-1^2=9-1=8$　　3，5のとき　$5^2-3^2=25-9=16$

5，7のとき　$7^2-5^2=49-25=24$

結奈さんは，これらの結果から次のことを予想した。

<結奈さんの予想>

連続する2つの奇数では，大きい奇数の2乗から小さい奇数の2乗をひいた数は8の倍数になる。

上記の<結奈さんの予想>がいつでも成り立つことは，次のように証明できる。

（証明）　nを整数とすると，連続する2つの奇数は，$2n+1$，$2n+3$と表せる。大きい奇数の2乗から小さい奇数の2乗をひいた数は，

$$
\begin{aligned}
(2n+3)^2-(2n+1)^2 &= 4n^2+12n+9-(4n^2+4n+1)\\
&= 8n+8\\
&= 8(n+1)
\end{aligned}
$$

$n+1$は整数だから，$8(n+1)$は8の倍数である。したがって，連続する2つの奇数では，大きい奇数の2乗から小さい奇数の2乗をひいた数は8の倍数になる。

次の問いに答えなさい。 〈沖縄〉

□(1) 二人は，「連続する2つの奇数」を「連続する2つの偶数」に変えたとき，どんな数になるかを調べることにした。琉斗さんは，いくつか計算した結果から次のことを予想した。□にあてはまることばを答えなさい。

<琉斗さんの予想>

連続する2つの偶数では，大きい偶数の2乗から小さい偶数の2乗をひいた数は，

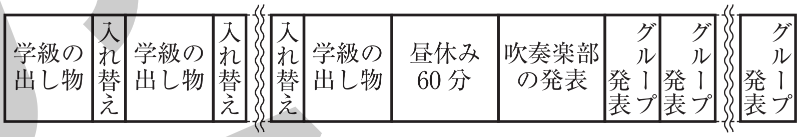
□になる。

□(2) (1)の<琉斗さんの予想>がいつでも成り立つことを証明しなさい。

5 **生徒会役員のはるきさんたちは，次の【決定事項】をもとに文化祭の日程を考えている。このとき，次の問いに答えなさい。** **〈徳島〉**

【決定事項】

・文化祭は学級の出し物から始まり，学級の出し物の時間はすべて同じ長さとする。
・学級の出し物の間には入れ替えの時間をとり，その時間はすべて同じ長さとする。
・すべての学級の出し物が終わった後に昼休みを60分とり，その後，吹奏楽部の発表とグループ発表を行う。
・グループ発表の時間はすべて同じ長さとする。
・昼休み以降の発表の間には，入れ替えの時間をとらず，発表の時間に含める。



□(1)　はるきさんたちは，次の【条件】をもとに文化祭のタイムスケジュールをたてることにした。あとの①，②に答えなさい。

【条件】

・学級の出し物を5つ，グループ発表を10グループとする。
・学級の出し物の時間は，入れ替えの時間の4倍とし，吹奏楽部の発表の時間を40分とする。
・最初の学級の出し物が午前10時に始まり，最後の学級の出し物が正午に終わるようにする。
・最後のグループ発表が午後3時に終わるようにする。

□①　学級の出し物の時間と入れ替えの時間は，それぞれ何分か，求めなさい。

□②　グループ発表の時間は何分か，求めなさい。

□(2)　はるきさんたちは，学級の出し物の数を変更し，条件を見直すことにした。次の【見直した条件】をもとに，受け付けできるグループ発表の数について検討をしている。あとの①，②に答えなさい。

【見直した条件】

・学級の出し物は7つとし，学級の出し物の入れ替えの時間は8分とする。
・吹奏楽部の発表の時間は，学級の出し物の時間の3倍とする。
・グループ発表の時間は7分とする。
・最初の学級の出し物が午前9時40分に始まる。
・最後のグループ発表が午後3時20分までに終わる。

□①　最後のグループ発表が午後3時20分ちょうどに終わるとき，学級の出し物の時間をa分，グループ発表の数をbグループとして，この数量の関係を等式で表しなさい。

□②　学級の出し物の時間を15分とするとき，グループ発表は，最大何グループまで受け付けできるか，求めなさい。

類題　広島5

6 Ｓさんのクラスでは先生が示した問題をみんなで考えた。あとの各問に答えなさい。〈東京〉

［先生が示した問題］

a，bを正の数とし，$a>b$とする。右の図1で四角形ABCDは，1辺の長さが$a$cmの正方形である。頂点Aと頂点C，頂点Bと頂点Dをそれぞれ結び，線分ACと線分BDとの交点をEとする。

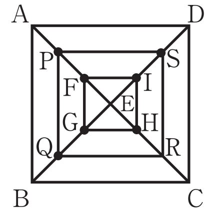
線分AE上にあり，頂点A，点Eのいずれにも一致しない点をFとする。

線分BE，線分CE，線分DE上にあり，EF＝EG＝EH＝EIとなる点をそれぞれG，H，Iとし，点Fと点G，点Fと点I，点Gと点H，点Hと点Iをそれぞれ結ぶ。

線分AF，線分BG，線分CH，線分DIの中点をそれぞれP，Q，R，Sとし，点Pと点Q，点Pと点S，点Qと点R，点Rと点Sをそれぞれ結ぶ。

線分FGの長さを$b$cm，四角形PQRSの周の長さをℓ cmとするとき，ℓをa，bを用いた式で表しなさい。

図1



□(1)　［先生が示した問題］で，ℓの値をa，bを用いてℓ＝□cmと表すとき，□に当てはまる式を，次のア～エのうちから選び，記号で答えなさい。

ア　$2a+2b$　　イ　$\dfrac{a+b}{2}$　　ウ　$\dfrac{a-b}{2}$　　エ　$2a-2b$

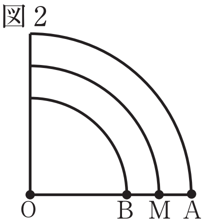
Ｓさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして次の問題を考えた。

［Sさんのグループが作った問題］

a，bを正の数とし，$a>b$とする。右の図2は，線分OA上にあり，点O，点Aのいずれにも一致しない点をB，線分ABの中点をMとし，線分OA，線分OB，線分OMをそれぞれ点Oを中心に反時計回りに90°回転移動させてできた図形である。

図2において，線分OAの長さを$a$cm，線分OBの長さを$b$cm，線分OMを半径とするおうぎ形の弧の長さをℓ cm，線分OAを半径とするおうぎ形から，線分OBを半径とするおうぎ形を除いた残りの図形の面積をScm²とするとき，S＝$(a-b)\ell$となることを確かめてみよう。

図2



□(2)　［Sさんのグループが作った問題］で，ℓをa，bを用いた式で表し，S＝$(a-b)\ell$となることを証明しなさい。ただし，円周率はπとする。

7 **図1のように，整数を1から順に1段に7つずつ並べたものを考え，縦，横に2つずつ並んでいる4つの整数を四角形で囲む。ただし，○は整数を省略したものであり，囲んだ位置は例である。このとき，囲んだ4つの整数を**

a	b
c	d

とすると，$ad-bc$はつねに同じ値になる。これについて，次の問いに答えなさい。 〈福島〉

図1

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

□(1)　$ad-bc$の値を求めなさい。

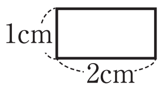
□(2)　図2のように，1段に並べる整数の個数をnに変えたものを考える。ただし，nは2以上の整数とする。このとき，$ad-bc$はつねにnを使って表された同じ式になる。その式を書きなさい。また，それがつねに成り立つ理由を説明しなさい。

図2

1	○	○	○	…	n
○	○	○	○	…	○
○	○	○	○	…	○
○	○	○	○	…	○
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮

8 図１のような縦の長さが１cm，横の長さが２cmの長方形のタイルがある。これと同じタイルをすき間なく重ならないように並べて，図２のように左右対称な図形をつくっていく。

図１



１番目の図形は，タイルを2枚並べたものである。

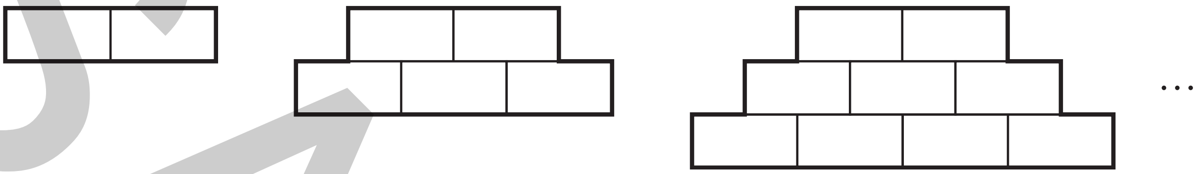
２番目の図形は，１番目の図形の下に，３枚のタイルを並べたものである。

３番目の図形は，２番目の図形の下に，４枚のタイルを並べたものである。

このように，１つ前に並べたタイルの下に，並べるタイルを１枚ずつ増やしながら，順番に図形をつくっていく。図形の周の長さは，太線で示した部分の長さとする。このとき，次の問いに答えなさい。

図２

1番目の図形　　2番目の図形　　3番目の図形　…



…

〈宮崎(推薦)〉

□(1)　５番目の図形の周の長さを求めなさい。

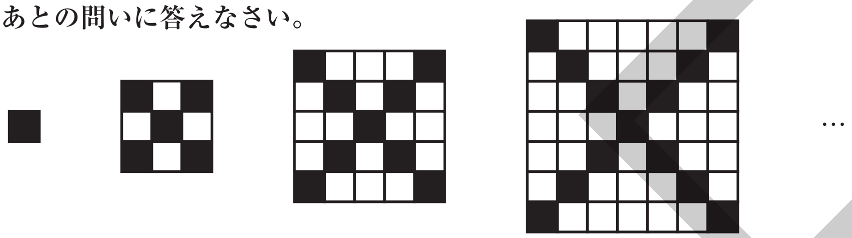
□(2)　n番目の図形の周の長さを，nを用いて表しなさい。

□(3)　図形をつくっていくと，タイルの枚数が90枚の図形ができた。この図形の周の長さを求めなさい。

類題　富山4

9 大きさが等しい正方形の白いタイル(□)と黒いタイル(■)がある。下の図のようにはじめに黒いタイルを１枚置き，その黒いタイルを囲むように，四隅は黒いタイルを，他の部分は白いタイルをすきまなく並べる。そのときできた正方形を１番目の図形とする。次に１番目の図形を囲むように，四隅は黒いタイルを，他の部分は白いタイルをすきまなく並べる。そのときできた正方形を２番目の図形とする。同様に，できた図形を囲むように，四隅は黒いタイルを，他の部分は白いタイルをすきまなく並べ，順に図形を作っていく。

これについてあとの問いに答えなさい。



(はじめ)　(1番目)　(2番目)　(3番目)　…

〈福井〉

□(1)　５番目の図形において，黒いタイルの枚数を求めなさい。

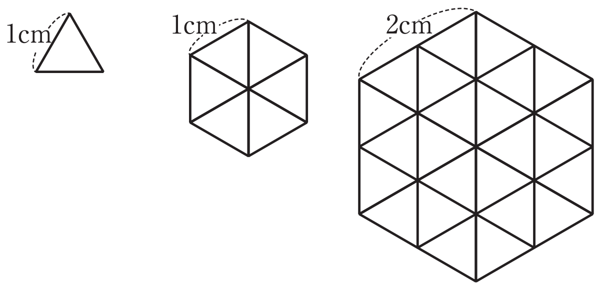
□(2)　n番目の図形において，黒いタイルの枚数と，すべてのタイルの枚数を，nを用いた式で表しなさい。

□(3)　何番目の図形であっても，白いタイルの枚数は偶数の２乗になることを言葉や数，式を用いて説明しなさい。

類題　京都(中期)6

10 **右の図１のような１辺の長さが１cmの正三角形のタイルをすき間なく並べて正六角形をつくる。例えば，１辺の長さが１cmの正六角形をつくると図２のようになる。また，１辺の長さが２cmの正六角形をつくると図３のようになる。これについて次の問いに答えなさい。** **〈佐賀〉**

図１　図２　図３



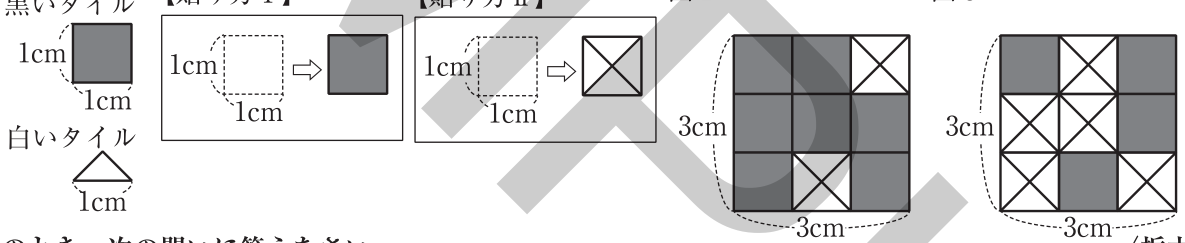
□(1)　１辺の長さが３cmの正六角形を１個つくるとき，ちょうど何枚のタイルが必要か求めなさい。

□(2)　１辺の長さが６cmの正六角形を１個つくるとき，ちょうど何枚のタイルが必要か求めなさい。

□(3)　図１のタイルが2023枚あるとき，つくることができる正六角形の中で，最も大きな正六角形の１辺の長さを求めなさい。ただし，正六角形の１辺の長さを表す数は整数とする。

11 **１辺の長さが$n$cm(nは２以上の整数)の正方形の板に，図１のような１辺の長さが1cmの正方形の黒いタイル，または斜辺の長さが１cmの直角二等辺三角形の白いタイルを貼る。板にタイルを貼るときは，黒いタイルを１枚使う【貼り方Ⅰ】，または白いタイルを４枚使う【貼り方Ⅱ】を用いて，タイルどうしが重ならないように板にすき間なくタイルをしきつめることとする。**

例えば，$n=3$の場合について考えるとき，図２は黒いタイルを７枚，白いタイルを８枚，合計15枚のタイルを使って板にタイルをしきつめたようすを表しており，図３は黒いタイルを4枚，白いタイルを20枚，合計24枚のタイルを使って板にタイルをしきつめたようすを表している。



このとき，次の問いに答えなさい。 **〈栃木〉**

□(1)　$n=4$の場合について考える。白いタイルだけを使って板にタイルをしきつめたとき，使った白いタイルの枚数を求めなさい。

□(2)　$n=5$の場合について考える。黒いタイルと白いタイルを合計49枚使って板にタイルをしきつめたとき，使った黒いタイルと白いタイルの枚数をそれぞれ求めなさい。

□(3)　次の文章の①，②，③に当てはまる式や数をそれぞれ求めなさい。ただし，文章中のaは２以上の整数，bは１以上の整数とする。

> $n=a$の場合について考える。はじめに，黒いタイルと白いタイルを使って板にタイルをしきつめたとき使った黒いタイルの枚数をb枚とすると，使った白いタイルの枚数はaとbを用いて(　①　)枚と表せる。次に，この板の【貼り方Ⅰ】のところを【貼り方Ⅱ】に，【貼り方Ⅱ】のところを【貼り方Ⅰ】に変更した新しい正方形の板を作った。このときに使ったタイルの枚数の合計は，はじめに使ったタイルの枚数の合計よりも225枚少なくなった。これを満たすaのうち，最も小さい値は(　②　)，その次に小さい値は(　③　)である。