数学

構成と特色

この本は，来春の高校入試に向けて日々学習している皆さんのために，過去各都道府県で実施された入試問題から，「思考力」「判断力」「表現力」を問う問題を５つのテーマに沿って厳選し，収録したものです。６単元目は教科横断型の総合問題です。教科の枠を超えた思考・判断・表現力を試すことができます。

本編を丹念に解くことによって，数学に必要な思考力・判断力・表現力が身につき，入試で高得点がねらえるように編集されています。

この本を利用した皆さんが，来春の入試で希望通りの結果を得られることを，願ってやみません。

目 次

1 数と式・規則性に関する思考・判断・表現

学習日　　/

1 下の図のように，1行に7マスある表に，次の【規則】にしたがって，自然数を順に1つずつ書き入れていく。このとき，あとの問いに答えなさい。
〈三重(前期)〉

【規則】
- ・1行目のマスには左から右へ，1から7までの自然数を順に書き入れる。
- ・2行目のマスには右から左へ，8から14までの自然数を順に書き入れる。
- ・3行目のマスには左から右へ，15から21までの自然数を順に書き入れる。
- ・4行目のマスには右から左へ，22から28までの自然数を順に書き入れる。
- ・以下同様にして，5行目以降の各行のマスに自然数を順に書き入れていく。

□(1)　7行目1列目のマスに書き入れられる数を求めなさい。

□(2)　m行目n列目のマスに書き入れられる数がaであるとき，$(m+2)$行目n列目のマスに書き入れられる数を，aを用いて表しなさい。

□(3)　545は何行目何列目のマスに書き入れられるか。

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	6列目	7列目
1行目	1	2	3	4	5	6	7
2行目	14	13	12	11	10	9	8
3行目	15	16	17	18	19	20	21
4行目	28	27	26	25	24	23	22
5行目	29	30	31	32	33	34	35
6行目	…	…	…	…	…	37	36
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

2 右の図1のように並べられた6つの○の中に，次の□の中の手順にしたがって数字を書く。

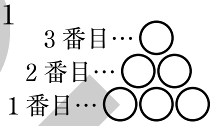
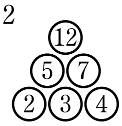
図1


図2


1. 一段目の3つの○の中に，連続する3つの整数を左から小さい順に書く。
2. 二段目の2つの○の中に，一段目の隣り合う2つの整数の和をそれぞれ書く。
3. 三段目の○の中に，二段目の整数の和を書く。

図2は，一段目の○の中に2，3，4を書いた場合の例である。Sさんは，一段目に書く整数を変えて，この手順を何回か行ったところ，次のことに気がついた。「三段目に書く整数は，いつも一段目のまん中に書いた整数の4倍になる。」このことを文字式を使って証明したい。□ の中に，証明の続きを書きなさい。
〈静岡〉

〔証明〕 一段目のまん中の整数をnとすると，一段目の整数は左から小さい順に，

3 **ある中学校で，Ｓさんが作った問題をみんなで考えた。あとの問いに答えなさい。** 〈東京〉

［Ｓさんが作った問題］

右の図１のように，上から順に，１段目に２個，２段目に３個，３段目に４個と，１段ごとに１個ずつマスを増やし，左端のマスが縦にそろうように10段目まで並べたものを考える。

全ての段の左端のマスに５，右端のマスに－3を入れる。

２段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに，1つ上の段にある真上のマスと，その左隣のマスに入っている２つの数の和を入れる。例えば，２段目の中央のマスには，１段目の－3と１段目の５の和である２が入る。

このとき，10段目にある■で示したマスに入る数を考えてみよう。

なお，図１は，全ての段の左端のマスに５，右端のマスに－3を入れ，両端のマス以外のそれぞれのマスについて，２段目，３段目の順に，３段目まで数を入れた場合を表している。

図１

１段目	5	－3								
２段目	5	2	－3							
３段目	5	7	－1	－3						
４段目	5				－3					
⋮		⋮				⋱				
10段目	5					…	■	－3		

□(1) ［Ｓさんが作った問題］で，10段目にある■で示したマスに入る数を，次の**ア**～**エ**から選び記号で答えなさい。

ア －22　　**イ** －19　　**ウ** 37　　**エ** 42

先生は，［Ｓさんが作った問題］をもとにして，次の問題を作った。

［先生が作った問題］

右の図２は，上から順に，１段目に２個，２段目に３個，３段目に４個と，１段ごとに１個ずつマスを増やし，左端のマスが縦にそろうように５段目まで並べたものである。

図３は，図２において，全ての段の左端のマスに**1**，右端のマスに４を入れ，２段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに，1つ上の段にある真上のマスと，その左隣のマスに入っている２つの数の和を入れたものである。図３のそれぞれの段において，全てのマスに入っている数の和について考えると，

１段目は，$1+4=5$　　２段目は，$1+5+4=10=5\times2$

３段目は，$1+6+9+4=20=5\times4$　　４段目は，$1+7+15+13+4=40=5\times8$

５段目は$1+8+22+28+17+4=80=5\times16$となり，２段目以降のそれぞれの段において，全てのマスに入っている数の和は，１段目の２個のマスに入っている数の和である５の倍数となっている。

図２において，全ての段の左端のマスに入れる数をa，右端のマスに入れる数をbとし，２段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに，1つ上の段にある真上のマスと，その左隣のマスに入っている２つの数の和を入れるとき，５段目にある６個のマスに入っている数の和は，１段目の２個のマスに入っている数の和の16倍となることを確かめなさい。ただしa，bは自然数とする。

図２

１段目						
２段目						
３段目						
４段目						
５段目						

図３

１段目	1	4				
２段目	1	5	4			
３段目	1	6	9	4		
４段目	1	7	15	13	4	
５段目	1	8	22	28	17	4

□(2) ［先生が作った問題］で，５段目にある６個のマスに入っている数をそれぞれa，bを用いた式で表し，５段目にある６個のマスに入っている数の和は，１段目の２個のマスに入っている数の和の16倍となることを証明しなさい。

4 **右の表のように，自然数を1から順に1段に7個ずつ並べた。次の問いに答えなさい。** 〈島根〉

表

1段目	1	2	3	4	5	6	7
2段目	8	9	10	11	12	13	14
3段目	15	16	17	18	19	20	21
4段目	22	23	24	25	26	27	28
5段目	29	30	・	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・
・							

□(1)　右の表から次のことが分かる。 ア ～ ウ にあてはまる数を答えなさい。

・18は上から3段目で左から4番目の数である。
・47は上から ア 段目で左から イ 番目の数である。
・上から100段目で左から1番目の数は ウ である。

□(2)　次は，AさんとBさんが，表を見ながら交わした会話である。これを読んで，あとの①，②に答えなさい。

1段目	1	2	3	4	5	6	7
2段目	8	9	10	11	12	13	14
3段目	15	16	17	18	19	20	21
4段目	22	23	24	25	26	27	28
5段目	29	30	・	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・
・							

Aさん：右のように，縦2つ，横2つの4つの数を □ で囲んでみたら，あることに気づいたんだ。
Bさん：それはどんなこと？
Aさん： □ で囲んだ4つの数について，$6 \times 14 - 7 \times 13$や$9 \times 17 - 10 \times 16$のように，左上の数と右下の数の積から右上の数と左下の数の積をひくと，そのときの値は エ になるんだ。
Bさん：どこを囲んでもそうなるの？
Aさん：そうだよ。そのわけは次のように説明することができるよ。

【説明】
□ の中の左上の数をnとすると，残り3つの数はnを用いて$n+1$， オ ， カ と表すことができる。
このとき，左上の数と右下の数の積から右上の数と左下の数の積をひくと，

キ

Bさん：なるほど。

□①　 エ ～ カ にあてはまる数または式を答えなさい。

□②　空欄 キ をうめて，【説明】を完成させなさい。

5 右の表は，「かけ算九九の表」の一部である。表中の$\boxed{8}$の8は，かけられる数が4，かける数が2のときの4×2の値を表している。この表中の

$\begin{matrix}\boxed{6}&&\\&\boxed{12}&\\&&\boxed{20}\end{matrix}$ のような3つの整数の組 $\begin{matrix}\boxed{a}&&\\&\boxed{b}&\\&&\boxed{c}\end{matrix}$ について考える。このとき，$a+c-2b$の値はつねに2になる。このことを，aは，かけられる数がm，かける数がnであるものとして説明しなさい。 〈栃木〉

かける数

かけられる数	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

6 2つの奇数の積は奇数であることを，Aさんは次のように証明した。

【Aさんの証明】

> nを整数とすると，2つの奇数は$2n+1$，$2n+3$と表される。このとき，2つの奇数の積は，
> $(2n+1)(2n+3)=4n^2+8n+3=2(2n^2+4n+1)+1$
> $2n^2+4n+1$は整数だから，これは奇数である。よって，2つの奇数の積は奇数である。

このとき，次の問いに答えなさい。 〈福井〉

□(1)　Aさんの証明は正しくない。その理由を書きなさい。

□(2)　2つの奇数の積は奇数であることを証明しなさい。

7 次は，先生とAさんの会話である。これを読んで，あとの問いに答えなさい。 〈埼玉(選択)〉

先生「右の図のように，11から50までの自然数を並べます。この中で，11と13のように，『差が2である2つの素数』の組は全部で4組あります。残りの3組をすべて答えてください。」

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Aさん「$\boxed{}$です。」

先生「そのとおりです。では，『差が2である2つの素数』の間にある自然数は，何の倍数ですか。」

Aさん「6の倍数だと思います。」

先生「そうですね。その理由を考えてみましょう。」

□(1)　$\boxed{}$にあてはまる，『差が2である2つの素数』の組を書きなさい。

□(2)　11以上の自然数について，『差が2である2つの素数』の間にある自然数は6の倍数である。その理由を説明しなさい。

8 nを自然数とするとき，$\dfrac{n+110}{13}$と$\dfrac{240-n}{7}$の値がともに自然数となるnの値をすべて求めなさい。求め方も書くこと。 〈大阪(一般C)〉

9 **数学の授業で，先生から次の問題が出された。**

問題　6でわったとき2余る正の整数と，6でわったとき3余る正の整数との積は，どんな数になるだろうか。

次の問いに答えなさい。　〈岐阜(一次)〉

□(1)　みほさんは，どんな数になるかを調べるために右の表をつくった。表中の**ア**，**イ**にあてはまる数の組を1つ書きなさい。ただし，**ア**にあてはまる数は8より大きい数とする。

(6でわったとき2余る正の整数)	×	(6でわったとき3余る正の整数)	＝	(積)
2	×	3	＝	6
2	×	9	＝	18
8	×	3	＝	24
8	×	9	＝	72
ア	×	3	＝	イ

□(2)　みほさんは，(1)で調べたことから，「6でわったとき2余る正の整数と，6でわったとき3余る正の整数との積は，いつも6の倍数である。」と予想し，その予想が正しいことを次のように証明した。みほさんの証明を完成させなさい。

証明　6でわったとき2余る正の整数を，$6m+2$と表す。 ただし，mは0以上の整数とする。   したがって，6でわったとき2余る正の整数と，6でわったとき3余る正の整数との積は，いつも6の倍数である。

□(3)　よし子さんは，みほさんが(2)で証明した数の性質をもとに，正の整数a，b，cについて，次の□内のことがらが成り立つかどうかを考えた。

$\boxed{a}$でわったとき$\boxed{b}$余る正の整数と，$\boxed{a}$でわったとき$\boxed{c}$余る正の整数との積は，いつも$\boxed{a}$の倍数である。

よし子さんが考えたことについて，次の①，②に答えなさい。

□①　bが4，cが6のとき，□内のことがらが成り立つようなaにあてはまる数は3つある。そのうちの1つが24である。aにあてはまるほかの2つの数を求めなさい。

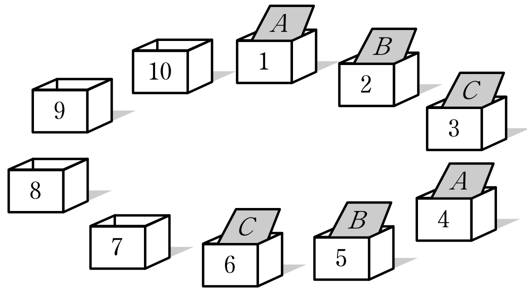
□②　aが7のときは，その余りであるbとcにどんな数をあてはめても，□内のことがらが成り立たない。このように，□内のことがらが成り立たないaのうち，20以下の2けたの数をすべて求めなさい。

10 **太郎さんと花子さんは，数学の授業で次の[課題]について考えた。下の[会話]は，そのとき2人が話し合った内容である。[会話]をもとに，あとの問いに答えなさい。** **〈福島〉**

［課題］

右の図のように，１から10までの番号がついている10個の箱を，番号の小さい方から順に，右回りに円の形に並べる。

これらの箱に，A，B，Cの文字が１つずつ書かれた３種類のカードを，１枚ずつA，B，Cの順に１番の箱から10番の箱まで入れていく。



２周目以降は，直前の周の10番の箱に入れたカードに続くカードから，同じように１番の箱から入れていく。このとき，35周目の４番の箱に入るカードに書かれた文字は何か調べてみよう。

［会話］

花子さん：箱とカードが手元にないから書いて調べてみましょうよ。

太郎さん：うん，そうしてみようか。

・・・・・・・・・・・・・・

太郎さん：う～ん，３周目の４番の箱に入るカードまでは書いてみたけど，これ以上書き続けるのは大変だよ。

花子さん：何かきまりを見つけて，35周目まで書かずに求める方法を考えてみない？

太郎さん：そうだね。それなら，**ア**４番の箱に入るカードの文字が，１周ごとにどのように変わるかを調べる方法はどうかな？

花子さん：なるほど。ほかにも考えられるんじゃない？たとえば，**イ**35周目の４番の箱までに入るすべてのカードの枚数に注目する方法もあるよね。

□(1)　３周目の４番の箱までに入るすべてのカードのうち，Cの文字が書かれたカードの枚数を求めなさい。

□(2)　35周目の４番の箱に入るカードに書かれた文字を下線部**ア**，**イ**のどちらかの方法で求め，答えなさい。また，その求め方を説明しなさい。