9 関数のまとめ

■学習日　　/

1〔比例・反比例〕 次の問いに答えよ。

□(1) y が x に反比例し，$x=-3$ のとき，$y=8$ である。$x=4$ のとき，y の値を求めよ。〈北豊島〉

〔　　　　〕

□(2) y は x に反比例するという。x が 25%増加するとき，y は何%減少するか求めよ。〈福岡大附大濠〉

〔　　　　〕

□(3) $y-3$ は，$x+1$ に比例し，$x=-2$ のとき，$y=5$ である。$x=3$ のときの y の値を求めよ。〈駒込〉

〔　　　　〕

□(4) y が x に反比例し，$x=3$ のとき $y=2$ である。このグラフ上にあって，x 座標，y 座標がともに正の整数である点の個数を求めよ。〈専修大附〉

〔　　　　〕

2〔1 次関数・直線の式〕 次の問いに答えよ。

□(1) 座標平面上の 3 点$(3,\ 4)$，$(-2,\ -3)$，$(p+3,\ p)$が同一直線上にあるように，p の値を定めよ。〈神奈川大附〉

〔　　　　〕

□(2) 直線 $y=2x+3$ と x 軸について対称な直線の式を求めよ。〈明大付明治〉

〔　　　　〕

□(3) 3 つの直線 $2x-y=5$，$x+3y=6$，$ax+y=2$ が 1 点で交わるとき，a の値を求めよ。〈江戸川学園取手〉

〔　　　　〕

□(4) 次の 2 直線が重なるように，定数 a，b の値を定めよ。〈中大杉並〉

$ax+3y+b=0$

$x-(a-2\sqrt{3})y+1=0$

〔$a=$　　　　，$b=$　　　　〕

□(5) 3 直線 $y=3x+4$，$y=-2$，$y=mx+2$ が三角形を作らないような m の値をすべて求めよ。〈日大鶴ヶ丘・改〉

〔　　　　〕

3〔変化の割合〕 次の問いに答えよ。

□(1) 関数 $y=-2x^2$ で，x の値が a から $a+2$ まで増加したときの変化の割合が 8 である。このとき，a の値を求めよ。〈法政一高〉

〔　　　　〕

□(2) 1 次関数 $y=ax+b$ $(a>0)$ は，x の値が 4 から a だけ増加したとき，y の値が 21 から b だけ増加する。このとき，a と b の値を求めよ。〈中大杉並〉

〔$a=$　　　　，$b=$　　　　〕

4 **〔変域〕 次の問いに答えよ。**

□(1) 2乗に比例する関数 $y=ax^2$ で，x の変域を $-4 \leqq x \leqq b$ としたとき，y の変域は $6 \leqq y \leqq 24$ であるという。b の値を求めよ。 〈富士見〉

〔　　　　　〕

□(2) 2つの関数 $y=-2x+4$ と $y=ax^2$ は，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域が一致する。a の値を求めよ。 〈広島工業大附広島〉

〔　　　　　〕

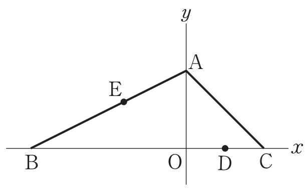
□(3) 1次関数 $y=ax+b$ において，x の変域が $1 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域が $-5 \leqq y \leqq -1$ となるように，a と b の値を求めよ。 〈聖徳大附〉

〔$a=$　　　　，$b=$　　　　〕，〔$a=$　　　　，$b=$　　　　〕

□(4) 関数 $y=ax-a+1$ において，x の変域が $-4 \leqq x \leqq a$ のとき，y の変域が $3 \leqq y \leqq b$ となるような a，b の値を求めよ。ただし，$a<0$ とする。 〈立教〉

〔$a=$　　　　，$b=$　　　　〕

5 **〔三角形の面積の2等分〕 右の図で，△ABC の頂点 A，B，C の座標は，A(0，2)，B(−4，0)，C(2，0) である。これについて次の問いに答えよ。** 〈中大杉並〉



□(1) 直線 $y=ax+2$ が△ABC の面積を2等分するとき，a の値を求めよ。

〔　　　　　〕

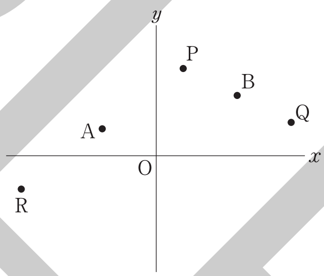
□(2) 直線 $y=b$ が△ABC の面積を2等分するとき，b の値を求めよ。

〔　　　　　〕

□(3) 点 D(1，0) を通り，辺 AB と点 E で交わる直線 DE を考える。直線 DE が△ABC の面積を2等分するとき，点 E の座標を求めよ。

〔　　　　　〕

6 **〔平行四辺形・重心〕 右の図のように，座標平面上に2点 A(−2，1)，B$\left(3,\ \dfrac{9}{4}\right)$ がある。いま，四角形 OAPB が平行四辺形になるように点 P をとり，同様にして，四角形 OABQ が平行四辺形になるように点 Q をとる。また，四角形 ORAB が平行四辺形になるように点 R をとる。これについて次の問いに答えよ。** 〈東海大付浦安〉



□(1) △PQR の面積を求めよ。

〔　　　　　〕

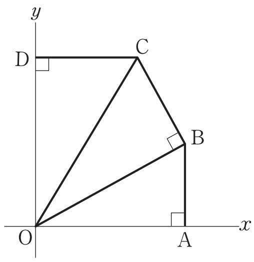
□(2) 2点 O，P を通る直線の式を求めよ。

〔　　　　　〕

□(3) △PQR の重心 G の座標を求めよ。

〔　　　　　〕

7 **〔面積の２等分・三平方の定理〕 右の図のように，座標平面上に４点 A，B，C，D がある。原点 O を通り五角形 OABCD の面積を二等分する直線と辺 BC と交わる点を E とする。B$(3, \sqrt{3})$，∠BOC＝30°のとき，次の問いに答えよ。** 〈中大附〉



□(1) 点 C の座標を求めよ。

〔　　　　　　〕

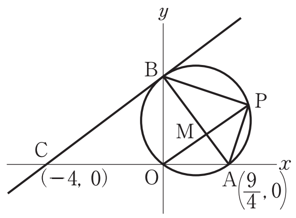
□(2) BE：EC を最も簡単な整数の比で表せ。

〔　　　　　　〕

□(3) 点 E の座標を求めよ。

〔　　　　　　〕

8 **〔円・三平方の定理〕 右の図のように，原点 O を通る円が座標軸と交わる点を A，B とし，点 B における接線をひき，その直線と x 軸の交点を C とする。また，点 P を弧 AB 上にとり，AB と OP の交点を M とする。ただし，点 A，C の座標はそれぞれ A$\left(\frac{9}{4}, 0\right)$，C$(-4, 0)$である。これについて次の問いに答えよ。** 〈成城学園〉



□(1) ∠BCO＝a°とするとき，∠BPO の角の大きさを a を用いて表せ。

〔　　　　　　〕

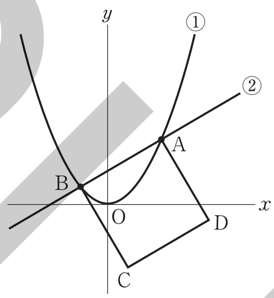
□(2) 接点 B の座標を求めよ。

〔　　　　　　〕

□(3) BM＝2.5 のとき，△OAM の面積を求めよ。

〔　　　　　　〕

9 **〔放物線・正方形〕 右の図のように，放物線 $y=ax^2$……①と，直線 $y=mx+2$……②のグラフが２点 A，B で交わっている。A，B の x 座標はそれぞれ 4，−2 である。また, AB を１辺として，直線②の右側に，正方形 ABCD を作る。このとき次の問いに答えよ。** 〈梅花〉



□(1) ①，②の a，m の値をそれぞれ求めよ。

〔a＝　　　　，m＝　　　　〕

□(2) 点 C，D の座標をそれぞれ求めよ。

C…〔　　　　　　〕

D…〔　　　　　　〕

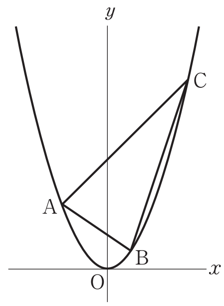
□(3) 正方形 ABCD の面積を求めよ。

〔　　　　　　〕

□(4) 原点 O を通り，正方形 ABCD の面積を２等分する直線の式を求めよ。

〔　　　　　　〕

10 **〔放物線・等積変形・回転体〕 放物線 $y=x^2$ のグラフ上に3点A，B，Cがある。点A，B，Cの x 座標はそれぞれ−2，1，3である。これについて次の問いに答えよ。** 〈福山暁の星女子〉



□(1) 直線ABの式を求めよ。

〔　　　　〕

□(2) △ABCの面積を求めよ。

〔　　　　〕

□(3) ∠Aの二等分線を引き，辺BCとの交点をDとするとき，BD：DCを求めよ。

〔　　　　〕

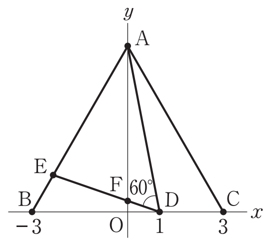
□(4) 次に，△ABDをADを軸として折り返すとき，△ACDと重なった部分の面積を求めよ。

〔　　　　〕

□(5) 線分BCを軸として△ABCを回転してできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率は π とする。

〔　　　　〕

11 **〔相似・三平方の定理〕 図の正三角形ABCについて，次の問いに答えよ。** 〈海城〉



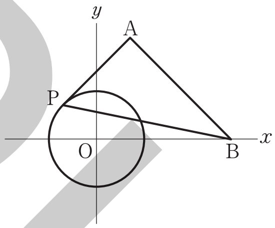
□(1) 線分AEの長さを求めよ。

〔　　　　〕

□(2) 点Fの座標を求めよ。

〔　　　　〕

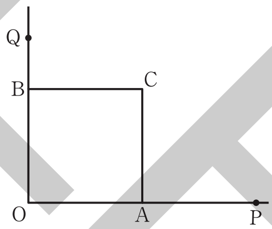
12 **〔円の性質〕 右の図のように，2点A(1，3)，B(4，0)と，原点を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円がある。点Pが円周上を動くとき，△APBの面積の最大値と最小値を求めよ。** 〈立教〉



□ 最大値〔　　　　〕

□ 最小値〔　　　　〕

13 **〔動点と関数〕 1辺が1の正方形OACBにおいて，辺OAのAの方向への延長上に点P，辺OBまたはBの方向への延長上に点Qをとる。このときOP=2，OQ=x とおき，△OPQと正方形OACBが重なる部分の面積 S を x で表すことを考える。x の値の範囲で分類し，すべての場合の面積 S を求めよ。** 〈お茶の水女子大附〉



□〔　　　　〕