

3

関数

ポイント ① 比例・反比例

例題 次の(1), (2)のそれぞれについて, y を x の式で表しなさい。また, x と y の関係を答えなさい。

- (1) 時速4kmで x 時間歩いたときの道のりを y kmとする。
 (2) 面積が 30cm^2 の長方形の縦の長さを $x\text{cm}$, 横の長さを $y\text{cm}$ とする。

解法 (1) 道のり=速さ×時間より, $y=4x$
 よって, y は x に比例する。
 (2) 長方形の面積=縦×横より, $30=x \times y$
 $\rightarrow y=\frac{30}{x}$, よって, y は x に反比例する。

y は x に比例 $\Leftrightarrow y=ax$ (a は比例定数)
 y は x に反比例 $\Leftrightarrow y=\frac{a}{x}$ (a は比例定数)

確認問題 ① 次の(1), (2)のそれぞれについて, y を x の式で表し, y が x に比例するときは比例, 反比例するときは反比例と書きなさい。

- (1) 高さが8cmの三角形の底辺を $x\text{cm}$, 面積を $y\text{cm}^2$ とする。
 [,]
 (2) 歯車Aは歯数が18で, 毎分8回転している。これとかみ合って回転している歯車Bの歯数を x , 毎分の回転数を y とする。
 [,]

ポイント ② 比例・反比例の式の求め方

例題 y は x に比例し, $x=2$ のとき, $y=-6$ である。 y を x の式で表しなさい。

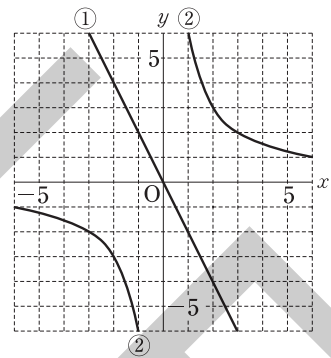
解法 y は x に比例しているので, $y=ax$ に $x=2$, $y=-6$ を代入して, $-6=2a$, $a=-3$, よって, $y=-3x$

例題 y は x に反比例し, $x=-5$ のとき, $y=4$ である。 y を x の式で表しなさい。

解法 y は x に反比例しているので, $y=\frac{a}{x}$ に $x=-5$, $y=4$ を代入して,
 $4=\frac{a}{-5}$, $a=-20$,
 よって, $y=-\frac{20}{x}$

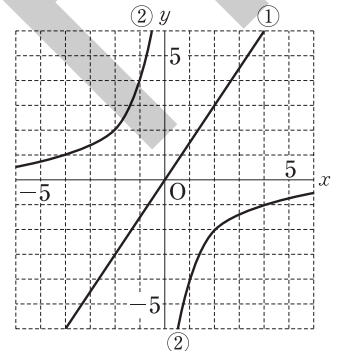
例題 右の図で, ①, ②のグラフの式を求めなさい。

解法 ① 原点を通る直線が点(3, -6)を通るから, $y=ax$ に $x=3$, $y=-6$ を代入して, $a=-2$, よって, $y=-2x$
 ② 双曲線は点(2, 3)を通るから, $y=\frac{a}{x}$ に $x=2$, $y=3$ を代入して, $a=6$,
 よって, $y=\frac{6}{x}$



確認問題 ② 次の問いに答えなさい。

- (1) y は x に比例し, $x=8$ のとき, $y=-4$ である。 y を x の式で表しなさい。
 [,]
 (2) y は x に反比例し, $x=-3$ のとき, $y=5$ である。 y を x の式で表しなさい。
 [,]
 (3) 右の図で, ①, ②のグラフの式を求めなさい。
 ①[,] ②[,]



ポイント ③ 1次関数の変化の割合

【例題】 1次関数 $y=3x-5$ について、 x の値が -1 から 4 まで増加するとき、 x の増加量、 y の増加量、変化の割合を求めなさい。

【解法】 x の増加量 $=4-(-1)=5$

$x=-1$ のとき、 $y=3 \times (-1) - 5 = -8$ $x=4$ のとき、 $y=3 \times 4 - 5 = 7$ だから、

y の増加量 $=7-(-8)=15$

変化の割合 $=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{15}{5} = 3$ ← $y=3x-5$ の x の係数3に等しい。

$y=ax+b$ で、変化の割合 $=a$

* y の増加量 $=$ 変化の割合 $\times x$ の増加量より、 $3 \times 5 = 15$ と求めてもよい。

● 確認問題 ③ 1次関数 $y=-\frac{1}{2}x+3$ について、 x の値が -2 から 4 まで増加するとき、 x の増加量、 y の増加量、変化の割合を求めなさい。

x の増加量() y の増加量() 変化の割合()

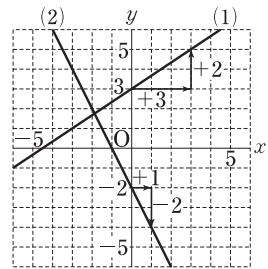
ポイント ④ 1次関数のグラフ

【例題】 次の1次関数のグラフをかきなさい。

(1) $y = \frac{2}{3}x + 3$

(2) $y = -2x - 2$

直線 $y=ax+b$
傾き ↑ 切片 ↑



【解法】 (1) 切片が3 \Rightarrow 点(0, 3)をとる。

傾きが $\frac{2}{3}$ \Rightarrow x が3増加して y が2増加した点(3, 5)をとる。

\rightarrow 2点を直線で結ぶ。

(2) 切片が -2 \Rightarrow 点(0, -2)をとる。

傾きが -2 \Rightarrow x が1増加して y が2減少した点(1, -4)をとる。 \rightarrow 2点を直線で結ぶ。

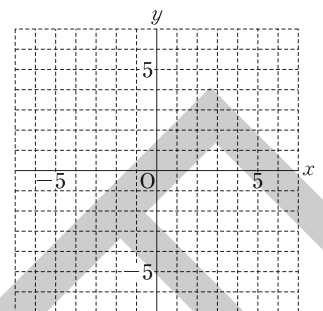
● 確認問題 ④ 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の1次関数のグラフを右の図にかきなさい。

□① $y=3x-1$

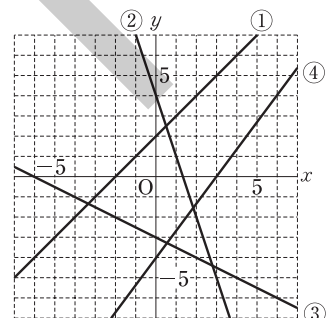
□② $y=-x+4$

□③ $y=-\frac{3}{2}x-3$



□(2) 右の図の①~④のグラフの式を求めなさい。

□①()
□②()
□③()
□④()



ポイント 5 直線の式の求め方

例題 次の直線の式を求めなさい。

- (1) 傾きが2で、点(1, -5)を通る直線
 (2) 切片が3で、点(4, -1)を通る直線
 (3) 2点(-1, 8), (3, -4)を通る直線

解法 (1) $y=ax+b$ で、 $a=2$ だから、 $y=2x+b$ これに $x=1, y=-5$ を代入すると、
 $-5=2 \times 1 + b \rightarrow b=-7$ よって、求める式は、 $y=2x-7$

(2) $y=ax+b$ で、 $b=3$ だから、 $y=ax+3$ これに $x=4, y=-1$ を代入すると、
 $-1=4a+3 \rightarrow a=-1$ よって、求める式は、 $y=-x+3$

(3) $y=ax+b$ に2点(-1, 8), (3, -4)の座標の値をそれぞれ代入すると、

$$\begin{cases} 8 = -a + b \\ -4 = 3a + b \end{cases} \text{この連立方程式を解くと、} \begin{cases} a = -3 \\ b = 5 \end{cases} \text{よって、求める式は、} y = -3x + 5$$

〔別解〕 (3) この直線の傾きは、 $\frac{-4-8}{3-(-1)} = \frac{-12}{4} = -3$ だから、傾きが-3で、点(-1, 8)を通る直線として求めてもよい。

確認問題 5 次の直線の式を求めなさい。

- (1) 傾きが-2で、点(5, -4)を通る直線
 □(2) 切片が4で、点(-6, 2)を通る直線
 [] []
 □(3) 2点(1, 4), (3, 6)を通る直線
 □(4) 2点(3, -6), (-9, 2)を通る直線
 [] []

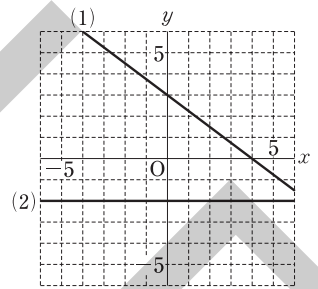
ポイント 6 2元1次方程式のグラフ

例題 次の方程式のグラフをかきなさい。

- (1) $3x+4y=12$ (2) $3y+6=0$

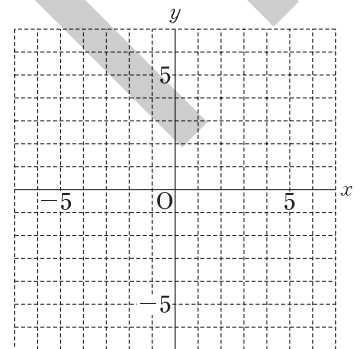
解法 (1) $3x+4y=12$ を y について解くと、 $y=-\frac{3}{4}x+3$ と変形できるから、
 切片が3、傾き $-\frac{3}{4}$ の直線

(2) $y=-2$ だから、点(0, -2)を通り、 x 軸に平行な直線



確認問題 6 次の方程式を y について解き、そのグラフをかきなさい。

- (1) $2x-y-1=0$ □(2) $3x+5y+15=0$
 [] []
 □(3) $2y+6=0$ □(4) $5y-20=0$
 [] []



ポイント 7 2直線の交点

【例題】 次の問いに答えなさい。

- (1) 直線 $y=3x-6$ と x 軸との交点の座標を求めなさい。
 (2) 2直線 $y=2x-5$ と $y=-x+7$ の交点の座標を求めなさい。

【解法】 (1) x 軸との交点は y 座標が0だから、 $y=0$ を代入して、 $0=3x-6$ 、 $x=2$ よって、 $(2, 0)$

(2) 連立方程式 $\begin{cases} y=2x-5 \\ y=-x+7 \end{cases}$ を解いて、 $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$ よって、 $(4, 3)$

* 2直線の交点の座標を求めるには、2直線の式を連立方程式として解く。

● 確認問題 7 □ 次の2直線の交点の座標を求めなさい。

□(1) $y=2x+8$ と x 軸

□(2) $4x-3y=18$ と y 軸

[]

[]

□(3) $y=-\frac{1}{2}x+4$ と $y=x-5$

□(4) $2x+5y=6$ と $x-3y=14$

[]

[]

ポイント 8 1次関数の応用

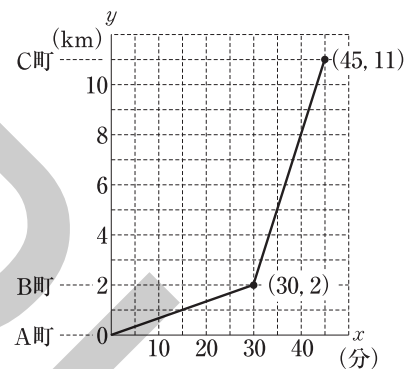
【例題】 右の図は、ある人がA町を出発し、歩いてB町まで行き、B町からバスでC町に行ったときのようすを、A町を出発してから x 分後のA町からの道のりを y kmとして、グラフに表したものである。このときの x と y の関係を式に表しなさい。

【解法】 ① A町からB町まで ($0 \leq x \leq 30$)

原点を通り、傾き $(\frac{2}{30} = \frac{1}{15}) \rightarrow y = \frac{1}{15}x$

② B町からC町まで ($30 \leq x \leq 45$)

傾き $(\frac{11-2}{45-30} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5})$ だから、 $y = \frac{3}{5}x + b$ に $x=30$ 、 $y=2$ を代入して、 $2 = \frac{3}{5} \times 30 + b$ 、 $b = -16 \rightarrow y = \frac{3}{5}x - 16$



* グラフの傾きは速さを表す。

● 確認問題 8 □ 容積が20Lの水そうに、1分間に5Lの割合で水を入れ、いっぱいになってから5分間水を止め、次に一定の割合で水をぬいた。右の図は、水を入れ始めてから x 分後の容器内の水の量を y Lとして、 x と y の関係をグラフに表したものである。これについて次の問いに答えなさい。

□(1) 1分間に何Lの割合で水をぬいたか。

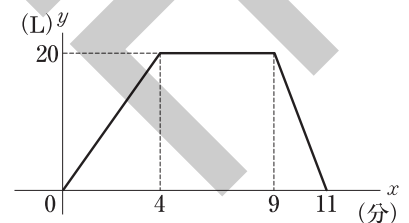
[]

□(2) $9 \leq x \leq 11$ の場合について、 y を x の式で表しなさい。

[]

□(3) 水そうの水の量が8Lになるのは何分後か。すべて求めなさい。

[]



● 練成問題

1 次の問いに答えなさい。

□(1) y は x に比例し、 $x=8$ のとき $y=-4$ である。 $y=3$ となる x の値を求めなさい。

[]

□(2) y は x に反比例し、 $x=-9$ のとき $y=4$ である。 $y=-12$ となる x の値を求めなさい。

[]

2 次の問いに答えなさい。

□(1) 傾きが3で、点(4, 11)を通る直線の式を求めなさい。

[]

□(2) 2点(-1, 7), (5, -5)を通る直線の式を求めなさい。

[]

□(3) 直線 $y=3x-6$ と x 軸上で交わり、直線 $y=\frac{1}{2}x+5$ と平行な直線の式を求めなさい。

[]

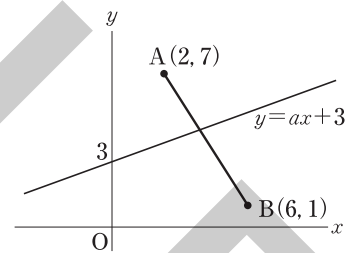
3 次の問いに答えなさい。

□(1) 直線 $2x-3y=8$ と x 軸, y 軸との交点の座標をそれぞれ求めなさい。

[x 軸, y 軸]

□(2) 直線 $y=ax+3$ が2点A(2, 7), B(6, 1)を両端とする線分AB(両端を含む)と交わる時、 a の値の範囲を求めなさい。

[]



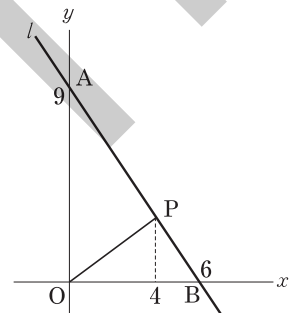
4 右の図で、直線 l は2点 A(0, 9), B(6, 0)を通る直線で、点 P は直線 l 上の点で、その x 座標は 4 である。このとき次の問いに答えなさい。

□(1) 直線 l の式を求めなさい。

[]

□(2) $\triangle APO$ と $\triangle OPB$ の面積をそれぞれ求めなさい。ただし、座標軸の1目もりを1cmとする。

[$\triangle APO$, $\triangle OPB$]



5 右の図のように、2直線 $l \cdots y = \frac{1}{2}x + 4$, $m \cdots y = -3x + 18$ と x 軸との交点をそれぞれ A, B とし、 l , m の交点を P とするとき、次の問いに答えなさい。

□(1) 点 P の座標を求めなさい。

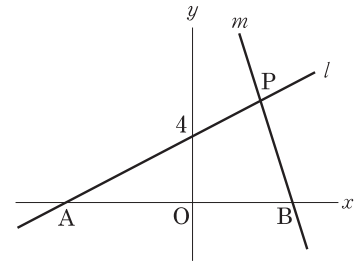
{ }

□(2) 線分 AB の中点の座標を求めなさい。

{ }

□(3) 点 P を通り、 $\triangle PAB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

{ }



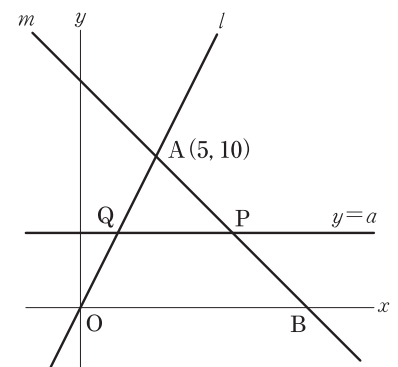
6 右の図のように、原点 O を通る直線 l と、 $y = -x + 15$ で表される直線 m があり、直線 l , m の交点を A (5, 10)、直線 m と x 軸の交点を B とする。線分 AB 上に点 P をとり、点 P を通り x 軸に平行な直線 $y = a$ が直線 l と交わる点を Q とするとき、次の問いに答えなさい。ただし、座標軸の 1 目もりを 1 cm とする。

□(1) $a = 2$ のとき、線分 PQ の長さを求めなさい。

{ }

□(2) 線分 PQ の長さが 3 cm になるときの a の値を求めなさい。

{ }



7 右の図は、K 君が A 地から 6 km 離れた B 地まで自転車で往復したときのようすを、A 地を出発してから x 分後の A 地からの道のりを y km として、グラフに表したものである。これについて次の問いに答えなさい。

□(1) 自転車の速さは分速何 km か求めなさい。

{ }

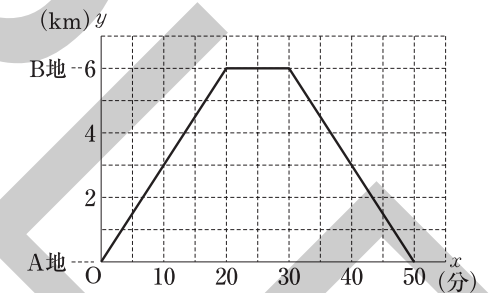
□(2) $30 \leq x \leq 50$ の場合について、 y を x の式で表しなさい。

{ }

□(3) K 君が A 地を出発してから 20 分後に、弟が時速 12 km の自転車で A 地から B 地に向かって出発した。

□① 弟が A 地から B 地まで進むときの様子を表すグラフを右の図にかきなさい。

□② 2 人が出会うのは、弟が A 地を出発してから何分後か。また、A 地から何 km の地点か。



{ , }