6　立体図形の見方

基本のたしかめ

P34　1　(1)　点**サ**　　(2)　**ケク**　　(3)　**アイ**…10cm，**アセ**…9cm　　(4)　あ，い，う，お

《解説》　展開図を組み立てると，下の図1のようになります。

(3)　下の図2より，**アイ＝ウエ**＝(32－12)÷2＝10(cm)，**アセ＝シサ**＝29－10×2＝9(cm)

図1

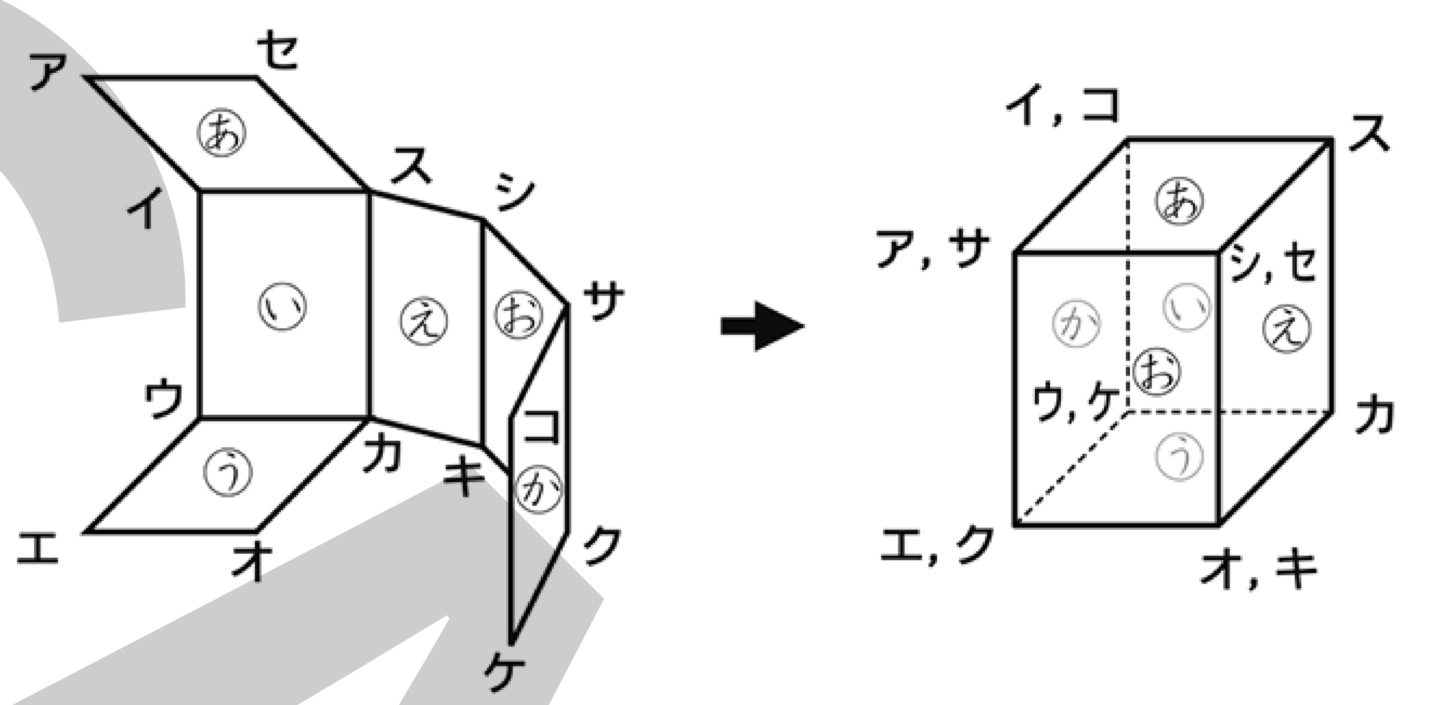
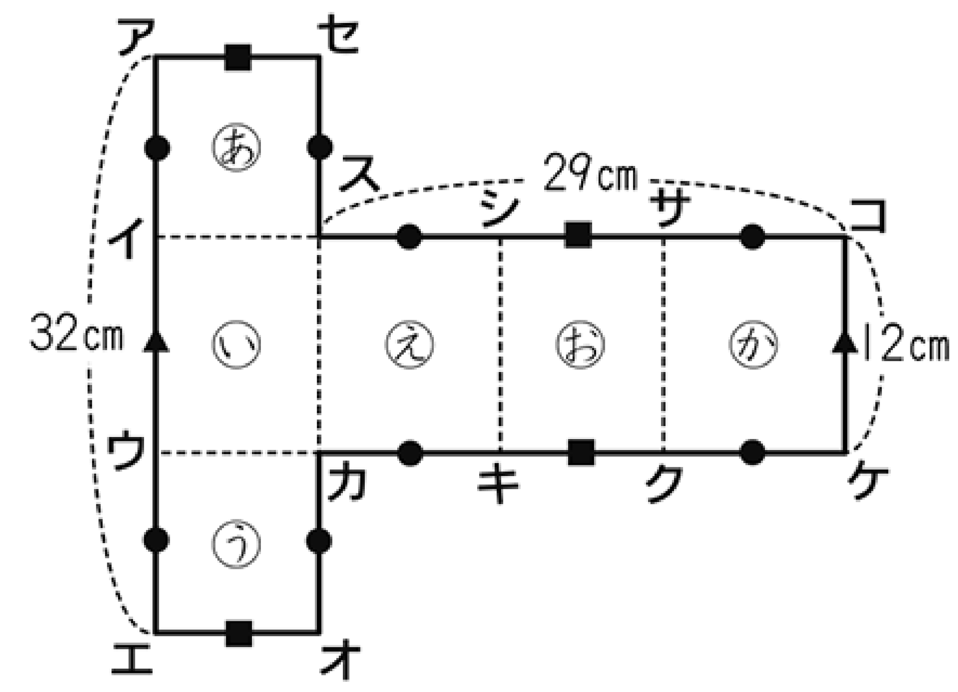


図2



2　(1)　八角柱　　(2)　垂直な面の数…8，面の形…長方形　　(3)　8　　(4)　頂点…16，辺…24，面…10

《解説》　(4)　角柱の頂点の数＝底面の辺の数×2より，8×2＝16

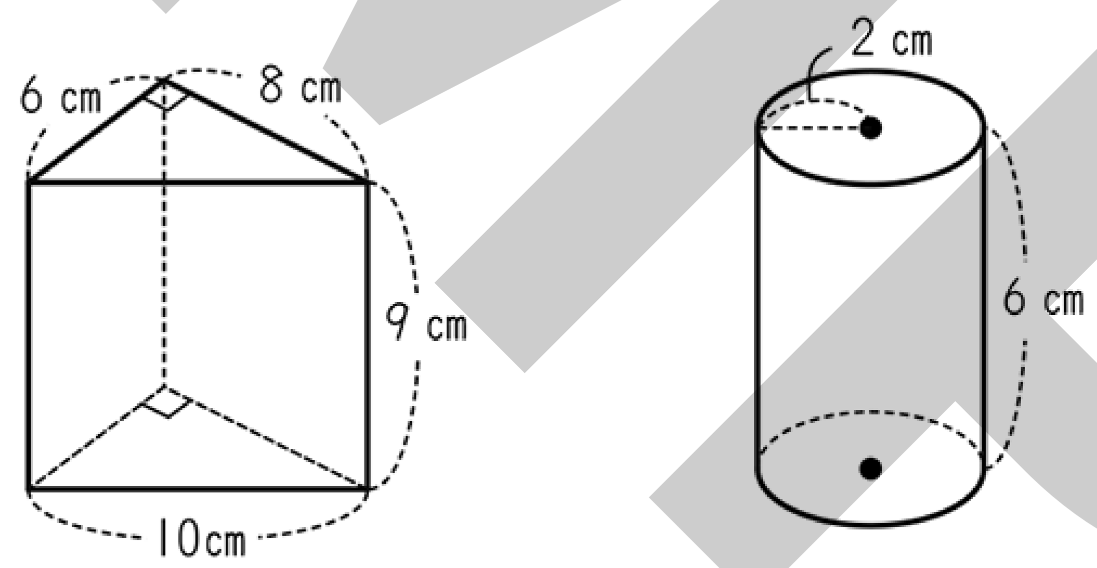
角柱の辺の数＝底面の辺の数×3より，8×3＝24

角柱の面の数＝底面の辺の数＋2より，8+2＝10

3　(1)　図1…三角柱，図2…円柱　　(2)　12.56cm

(3)　図1…体積216cm^3，表面積264cm^2，図2…体積75.36cm^3，表面積100.48cm^2

《解説》　(1)　見取図は下の図のようになります。



(2)　底面の円の直径は，(14－6)÷2＝4(cm)です。□は底面の円周に等しいので，4×3.14＝12.56(cm)

(3)　図1…

組み立ててできる三角柱の底面で，直角をはさむ辺の長さは8cmと，(24－8－10＝)6cmです。

体積は6×8÷2×9＝216(cm^3)

底面積は6×8÷2＝24(cm^2)，側面積は9×24＝216(cm^2)だから，表面積は24×2+216＝264(cm^2)

図2…

体積は2×2×3.14×6＝75.36(cm^3)

底面積は2×2×3.14＝12.56(cm^2)，側面積は6×12.56＝75.36(cm^2)だから，

表面積は12.56×2+75.36＝100.48(cm^2)

P35　**テーマ１：展開図の利用**

テーマのねらい

これまでにも立体の展開図については学習していますが，ここでは，見取図と展開図の対応関係をより深く理解することを目標とします。

まず，立体図形を切り開いて展開するとき，切り込みの線を手がかりに，どの頂点や辺がはなれるのかを予想できるようになると，展開図をかくうえで役立ちます。

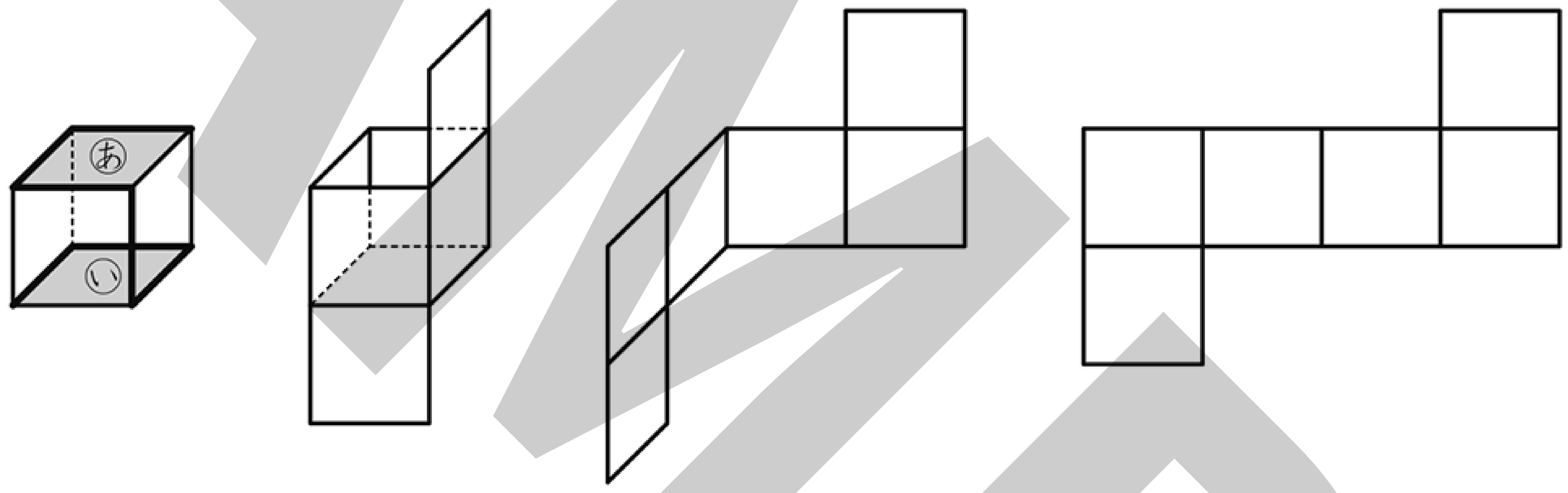
また，立体の見取図と展開図があるとき，展開図からもとの立体の頂点，辺，面の対応や，垂直・平行，向きなどの位置関係を理解できるようになると，１つの立体についていくつかの展開図をイメージしたり，かけるようになります。

＊　**直方体や立方体の切り開き方…**

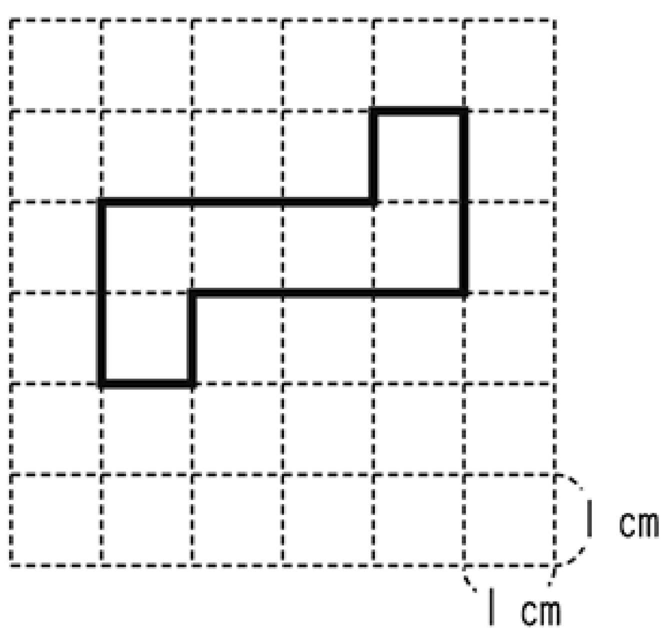
直方体や立方体を切り開くには，切りこみの線を全部で７つ入れます。１つの面に入れる切りこみの線は最も多くて３つです。いろいろな直方体や立方体で試してみましょう。

例題の考え方

下の図のように切り開きます。はじめに，切りこみの線が３つある面㋐，㋑からひろげていきます。

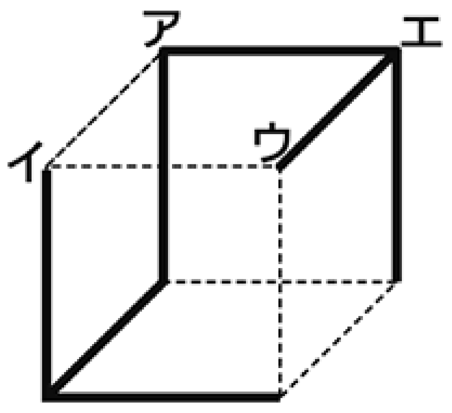


答え

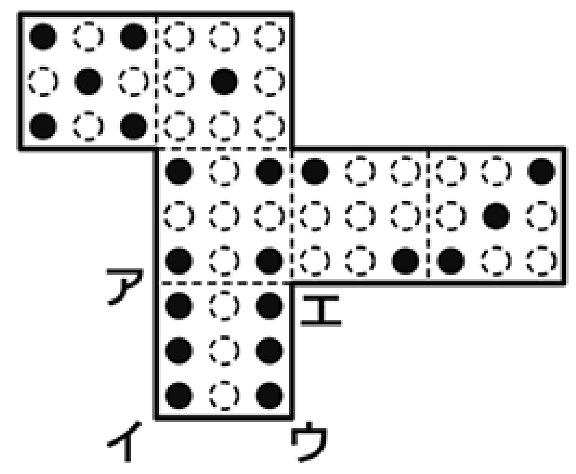


確認問題

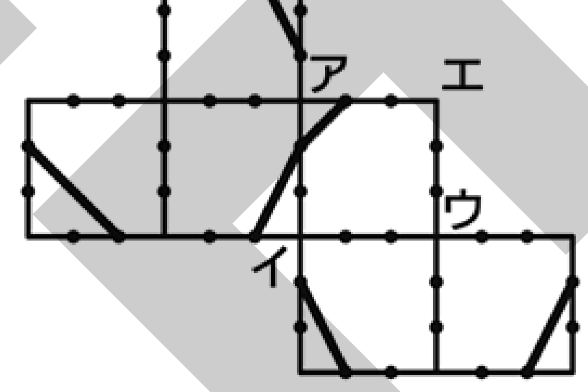
(1)



(2)



(3)



《解説》　(1)　下の図１のように立方体の頂点を決めると，展開図の点は図２のようになります。

展開図ではなれている辺が切った辺だから，**アオ**，**オカ**，**イカ**，**カキ**，**アエ**，**エク**，**エウ**です。

図１

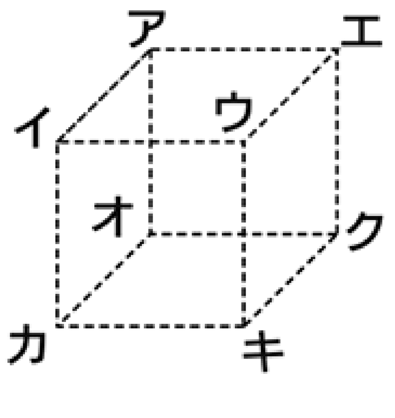
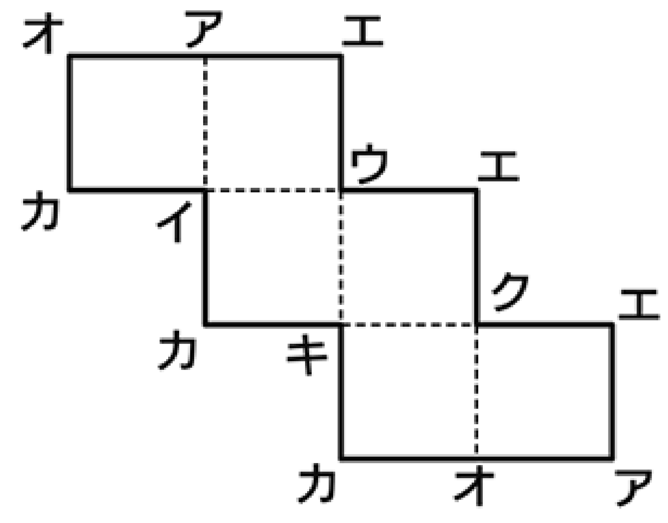
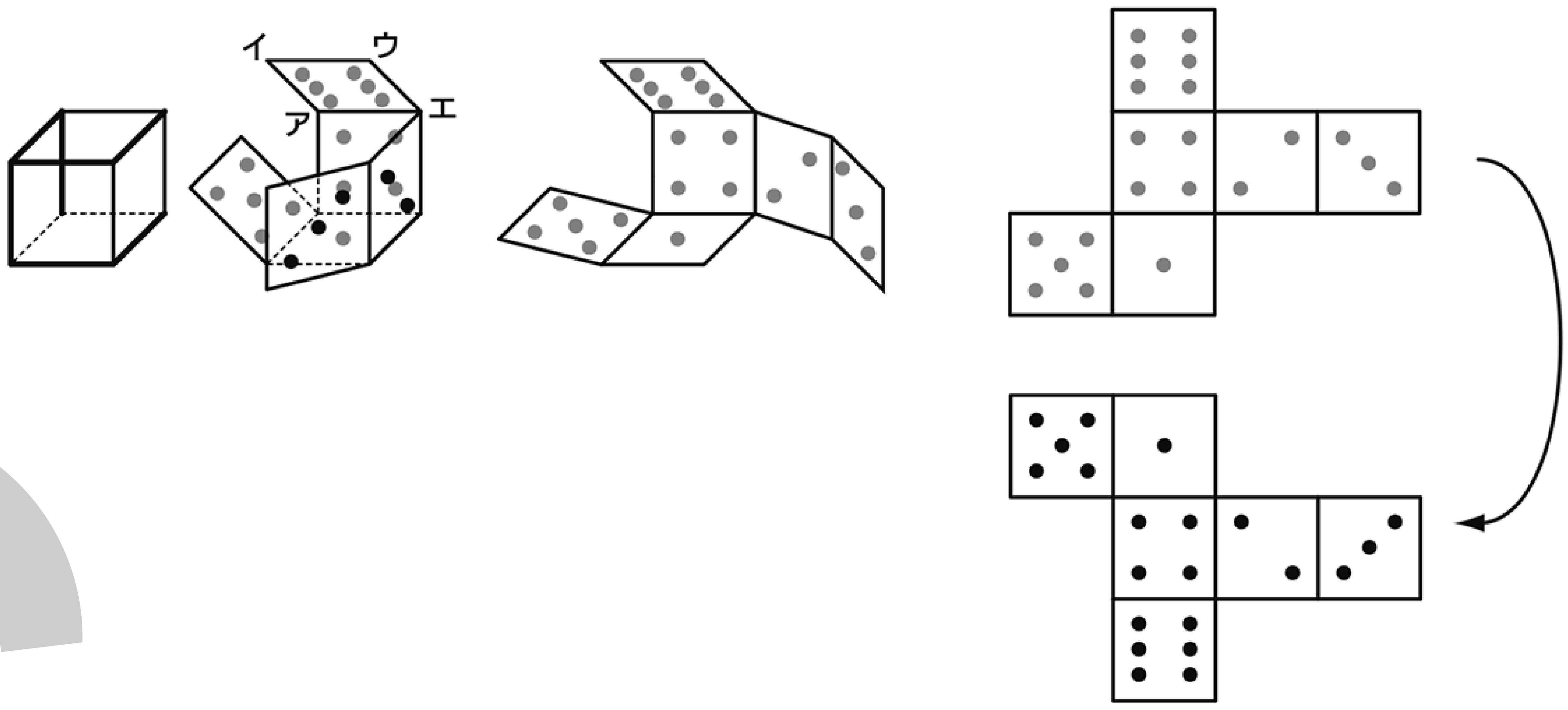


図２

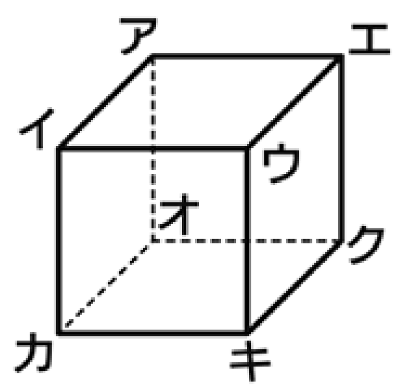


(2)　下の図のようになります。● は表に書かれた目，● は目の書かれたうら側を表します。



＊　**展開図上の点の求め方…**

右の図のような立方体**アイウエオカキク**があります。



下の図１のように，展開図のへこんだ点からいちばん近い左右の点どうし，２番目に近い左右の点どうしがそれぞれ組み立てたときに重なる点です。これに従って，展開図の点を求めると図２のようになります。

次に，図３で，

①　面**アイウエ**以外に**アエ**を含む面は**アエクオ**だから，**オ**と**ク**が決まります。

②　３つの点**ク**，**エ**，**ウ**を含む面は**クエウキ**だから，**キ**が決まります。

③　３つの点**キ**，**ウ**，**イ**を含む面は**キウイカ**だから，**カ**が決まります。

④　図１を利用して，**キ**が決まります。

⑤　３つの点**オ**，**ク**，**キ**を含む面は**オクキカ**だから，**カ**が決まります。

図１

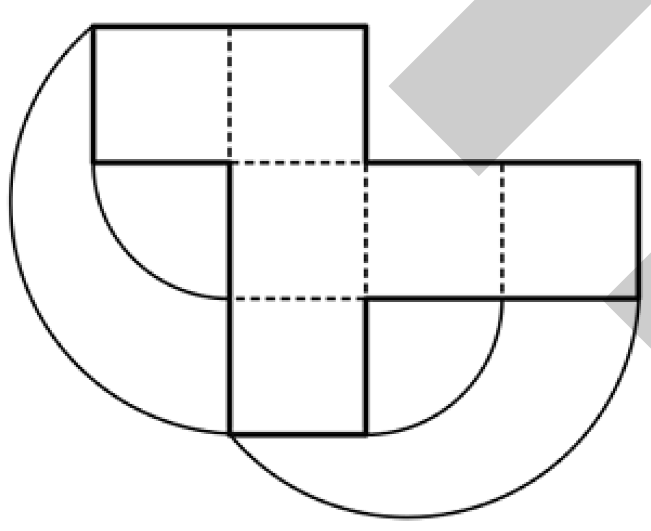


図２

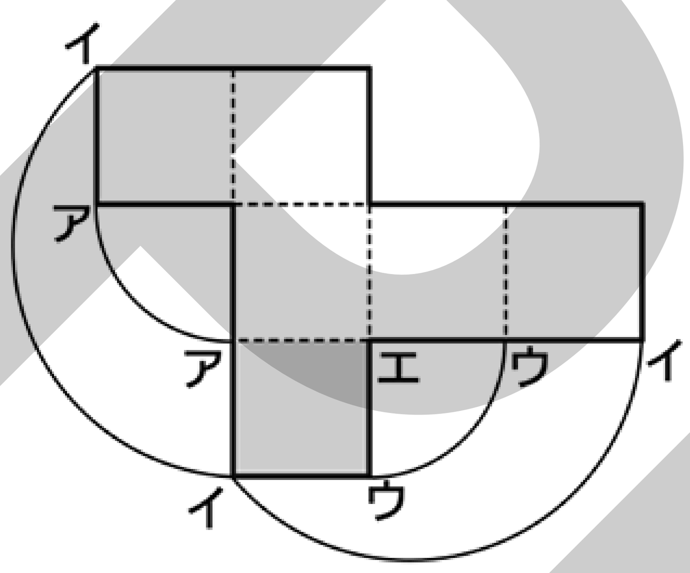
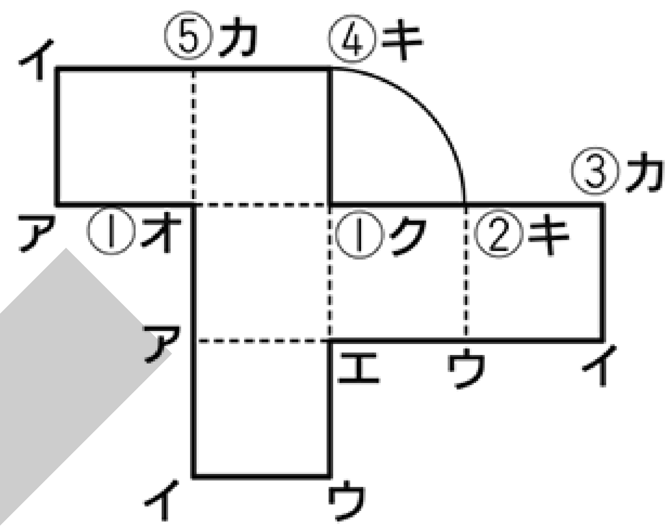
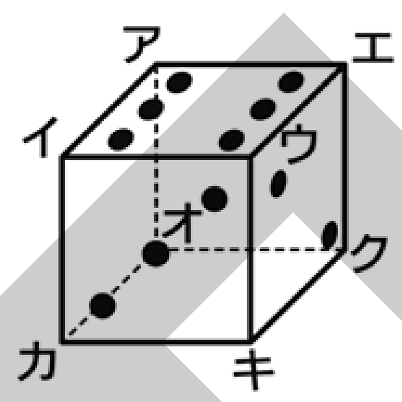


図３



(2)のさいころの頂点を右の図４のように決めると，展開図は右の図５のように頂点が決まります。

図４



１の目は面**アイウエ**の向かいの面**オクキカ**にかかれています。

２の目は面**クエウキ**の対角線**ウク**にそってかかれています。

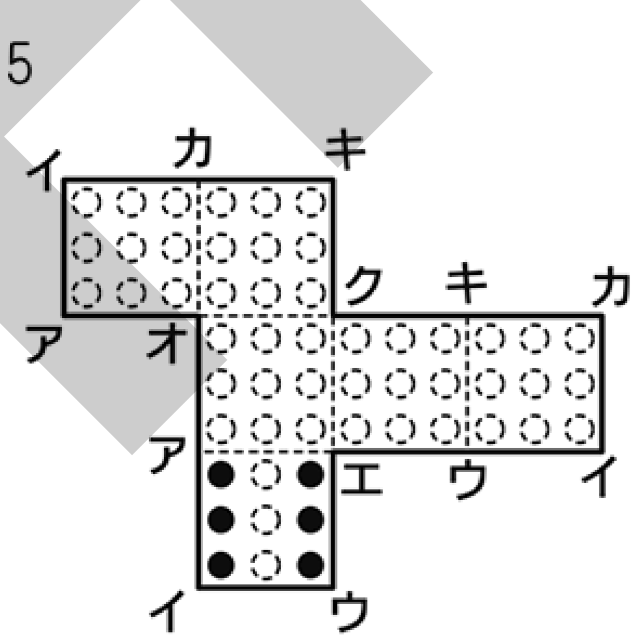
３の目は面**キウイカ**の対角線**ウカ**にそってかかれています。

４の目は面**キウイカ**の向かいの面**アエクオ**にかかれています。

５の目は面**クエウキ**の向かいの面**アイカオ**にかかれています。

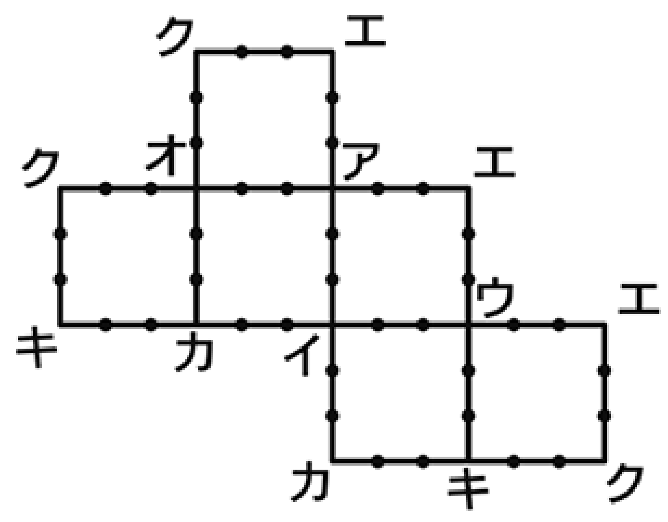
１，４，５の目は上下にも左右にも線対称だから向きは関係ありません。

図５



(3)　展開図上の点は右の図のようになります。

直線は６つの面にかかれているので，それぞれの面について結ぶ点を調べます。



面**アイウエ**は**アイ**の**ア**に近い点と**アエ**の**ア**に近い点
面**アオカイ**は**アイ**の**ア**に近い点と**イカ**の**イ**に近い点
面**オクキカ**は**クキ**の**ク**に近い点と**カキ**の**カ**に近い点
面**アエクオ**は**アエ**の**ア**に近い点と**エク**の**エ**に近い点
面**イカキウ**は**イカ**の**イ**に近い点と**カキ**の**カ**に近い点
面**ウキクエ**は**キク**の**ク**に近い点と**エク**の**エ**に近い点

P36　テーマ２：真正面と真上から見た図

テーマのねらい

これまでに立体の様子を表す図としては，見取図と展開図を学習しています。見取図はその立体らしさをつかむうえで有効な図であり，展開図は立体の頂点，辺，面などの構成要素や，その関係性を理解するうえで有効な図でした。

ここでは，立体を真正面から見た図(**立面図**といいます)と，真上から見た図(**平面図**といいます)の２つの図で表すことを知り，立体の新しい捉え方を身につけます。

立体の立面図と平面図を考えるときに気をつけたいことは，同じ立体でも，その置き方によって異なった表し方になるということです。

例えば，下の図１のように，１辺２cmの正方形と，たてと横が２cmと３cmの長方形で囲まれた四角柱があるとします。この立体を正方形の面を底面として立てて，側面の長方形を真正面から見ると，立面図と平面図は図のようになります。

ところが，図２のように，立て方は図１と変えずに，側面の長方形のたての辺が中央にくるように真正面から見ると，立面図と平面図は図１のときと異なったものになります。

さらに，図３のように，立体を長方形の面を底面として立てて，側面の正方形を真正面から見ると，立面図と平面図は図１のときと逆になります。

図１

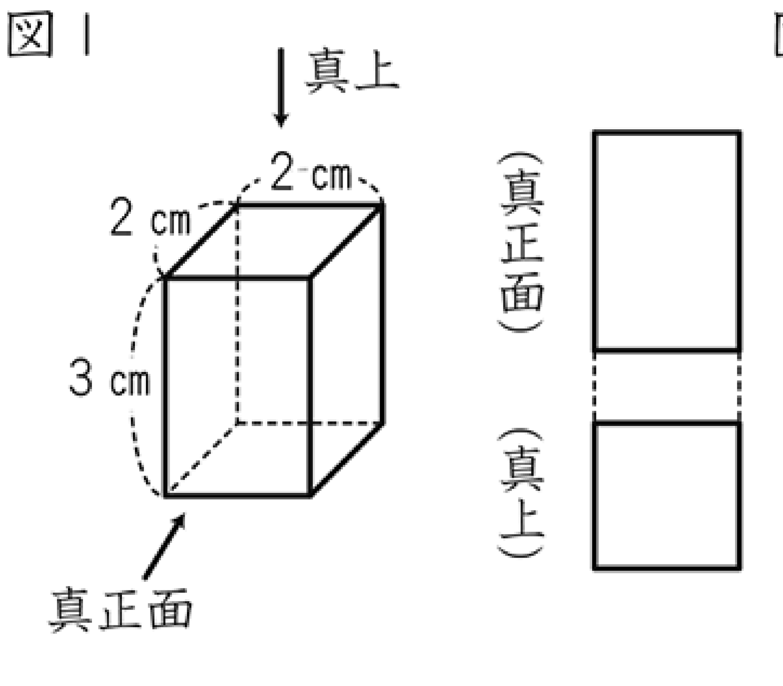


図２

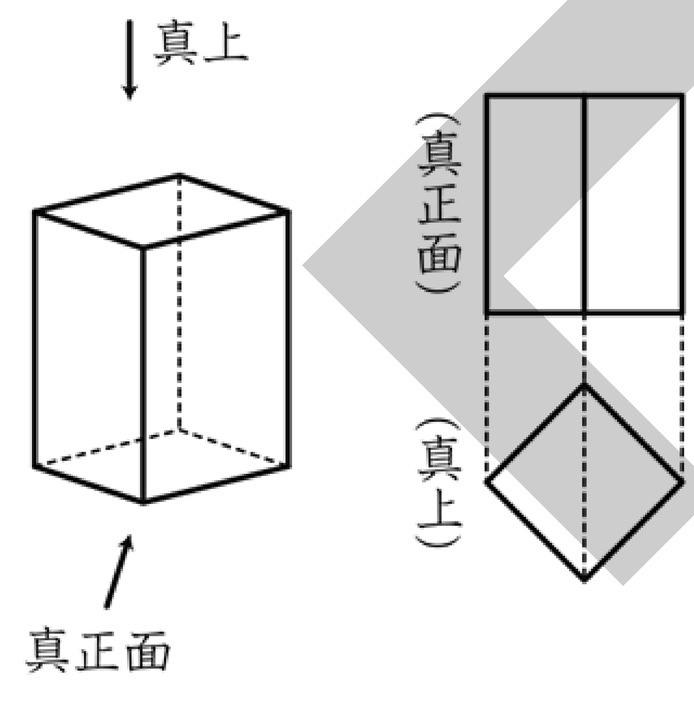
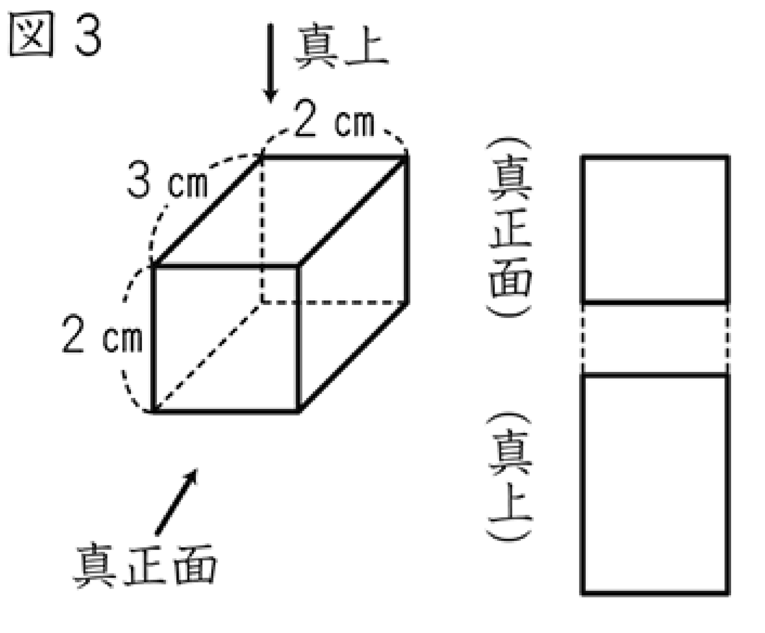


図３



したがって，立面図と平面図をかいたり，立面図と平面図から立体の全体像を予想するときには，置き方や見る向きを意識しましょう。

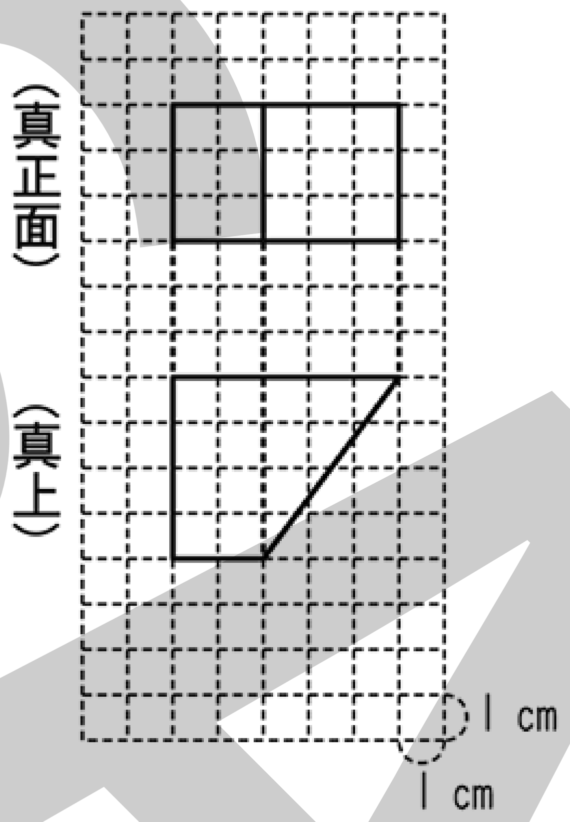
例題の考え方

(1) 底面が台形の四角柱です。平面図は底面の形だから上底５cm，下底２cm，高さ４cmの台形です。立面図の外側の線はたて３cm，横５cmの長方形ですが，その中にたて３cm，横２cmの長方形が見えます。

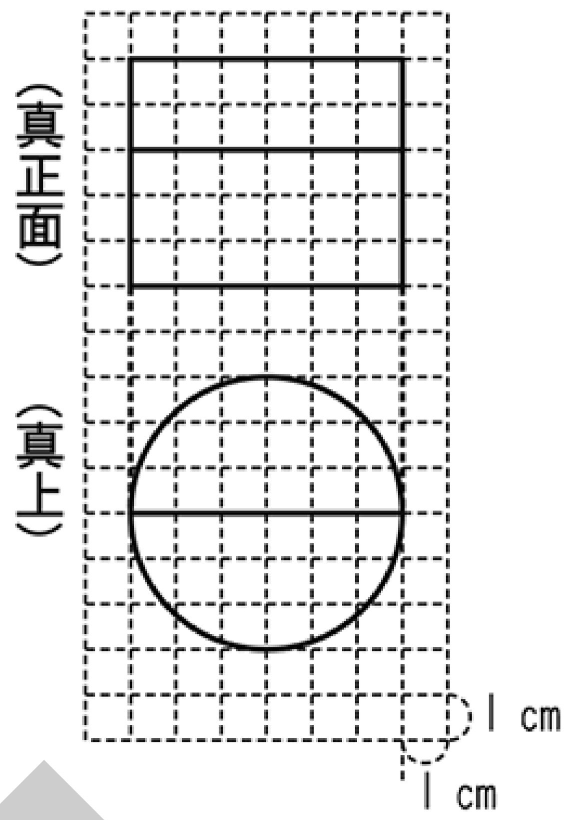
(2) 円柱の上に，円柱を半分にした立体がのっています。平面図の外側の線は半径３cmの円ですが，上にのっている円柱の半分の立体の底面の直径の線が見えます。立面図の外側の線はたて(2+3=) ５cm，横６cmの長方形ですが，上下の立体の分かれ目のところに直径の線が見えます。

答え

(1)



(2)



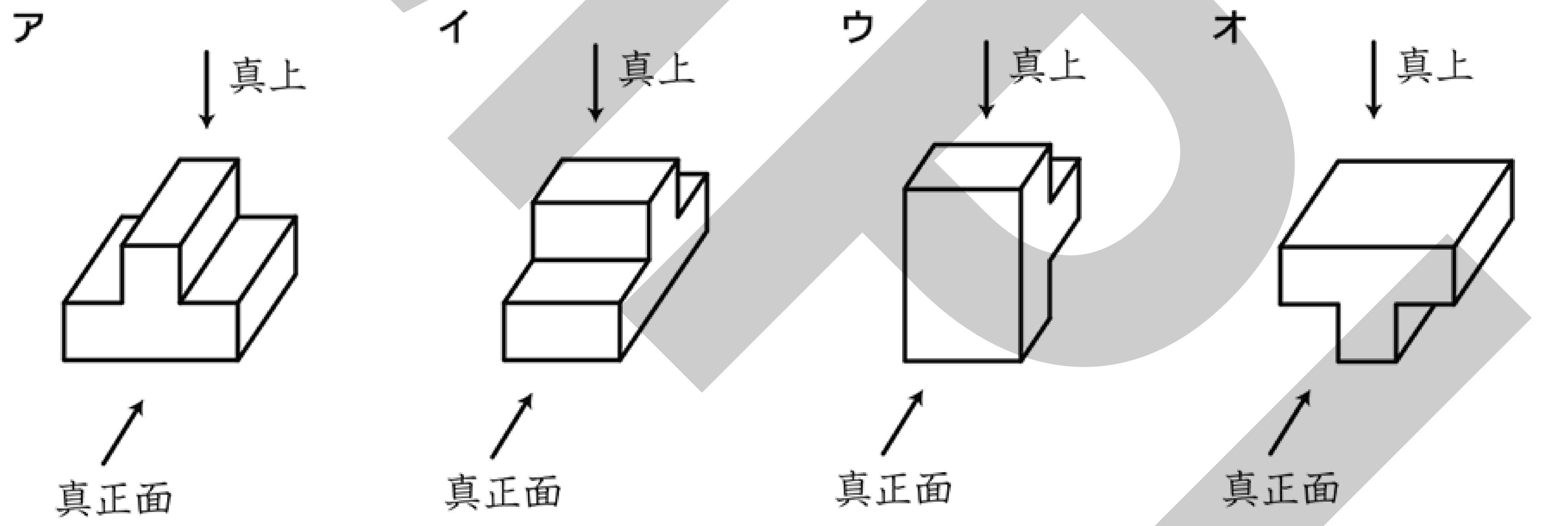
確認問題

(1)① 五角柱　② 円柱　(2) **エ**

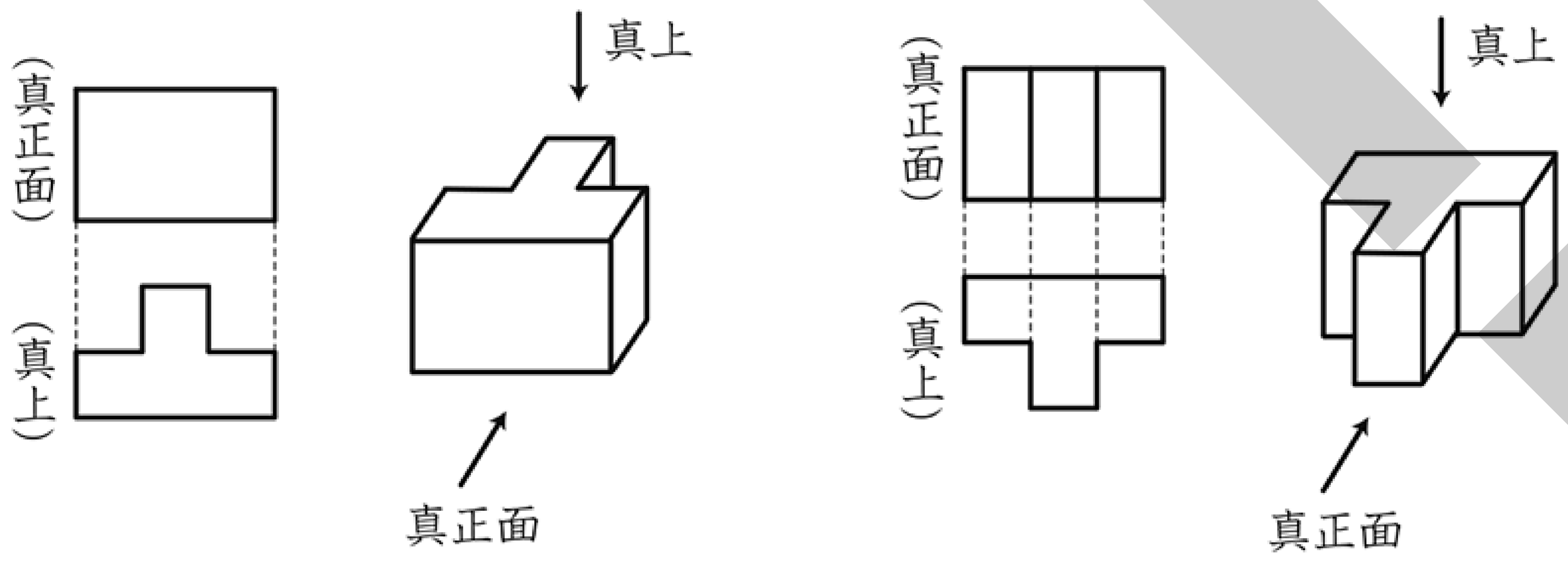
《解説》 (1) 角柱や円柱を底面を下にして置いたとき，立面図は長方形，平面図は底面の形になっています。

立面図について，円柱はつねに１つの長方形ですが，角柱の場合は真正面から見る方向によっては，いくつかの長方形を組み合わせた形(長方形にたての直線が入った形)になります。

(2) 下の図を参考にしてください。どの方向から見ても，**エ**のように見えることはありません。



エが下の図のようであれば正しい図になります。



P37 **テーマ３：立体を３つの方向から見る(1)**

テーマのねらい

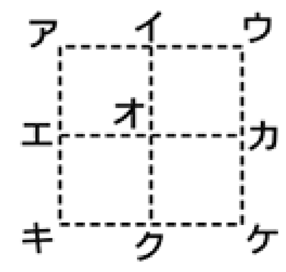
テーマ２では，立体を真正面と真上の２つの方向から見た様子を図に表したり，そのような図からもとの立体を予想したりしました。複雑な形の立体の場合，２方向から見るだけではその形を特定できないことがあります。そこで，**テーマ３**と**テーマ４**では，新たに横からの視点も加えて立体を捉える練習をします。ただし，この場合も形を特定できないことがあります。

この学習を通じて，立体の見えない頂点や辺について，予想する力を身につけましょう。

例題の考え方

それぞれの方向から見たときに，三角形の頂点が正方形のどの位置にあるかを考え，その点を結んで三角形をつくります。ただし，見る方向によっては，三角形の頂点や辺が重なって見えることもあり，そのときには，三角形はかけません。

右の図のように，正方形のそれぞれの点の位置を**ア**〜**ケ**の記号で表すものとします。

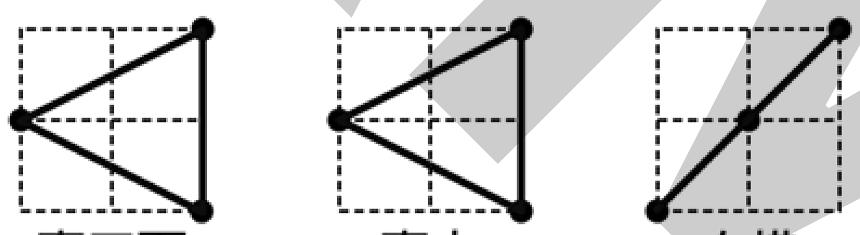


真正面から見た図では，**ウ**，**エ**，**ケ**の位置に頂点が見えるので，その３つの頂点を結んで三角形をかきます。

真上から見た図では，**ウ**，**エ**，**ケ**の位置に頂点が見えるので，その３つの頂点を結んで三角形をかきます。

右横から見た図では，**ウ**，**オ**，**キ**の位置に頂点があり一直線にならんで見えるので，その３つの頂点を直線で結びます。

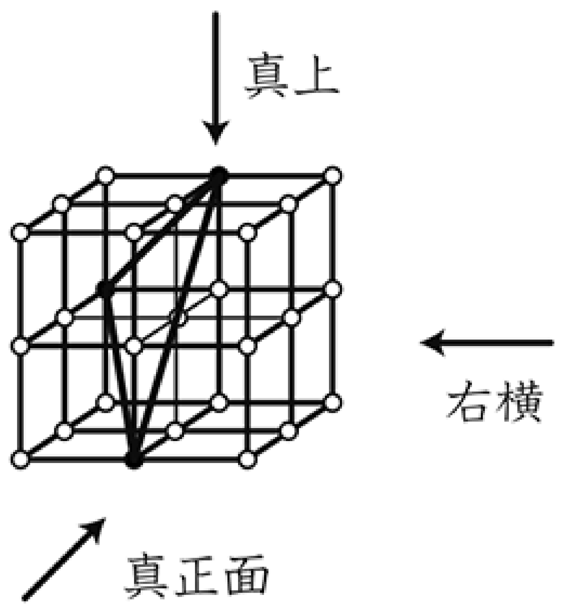
答え



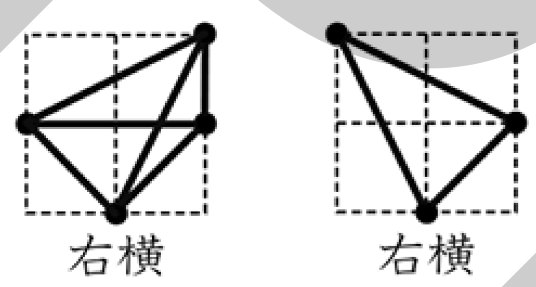
真正面　**真上**　**右横**

確認問題

(1)



(2)



《解説》 (1) 真正面から見た図より，下の図１の◯は頂点の可能性がある点です。

真上から見た図より，下の図２の◯は頂点の可能性がある点です。

右横から見た図より，下の図３の◯は頂点の可能性がある点です。

図１〜図３を組み合わせたものが図４です。この図で，３つの太線が交わる点は，真正面，真上，右横のどの方向から見ても同じ位置にある点だから，これが三角形の頂点になります。

図１

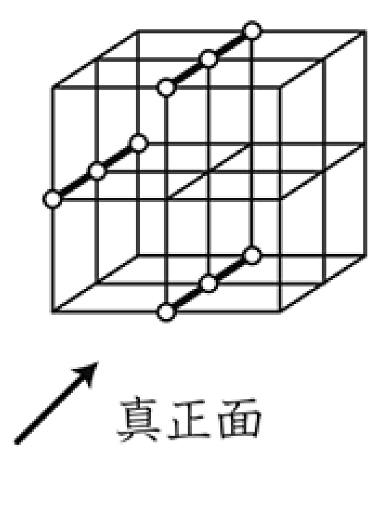


図２

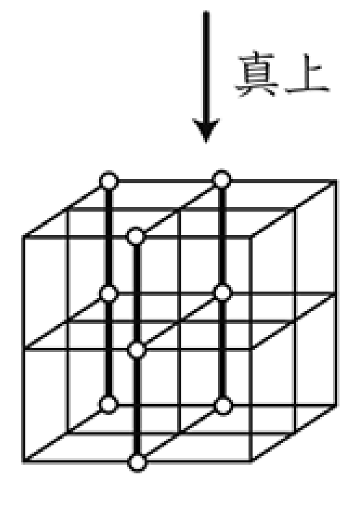


図３

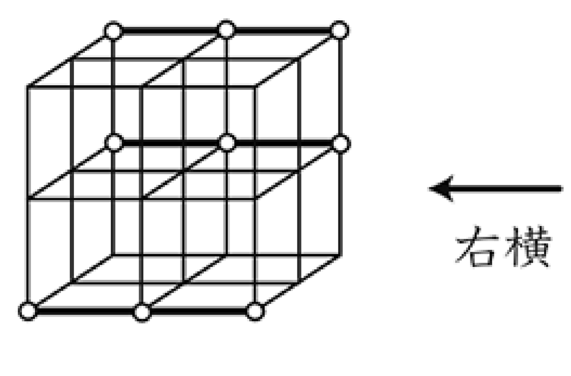
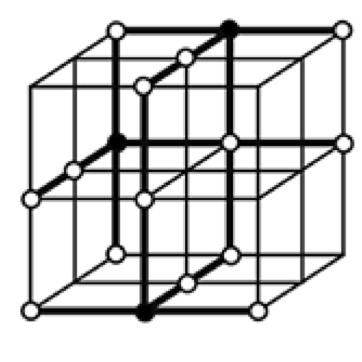


図４



(2) 真正面から見た図より，下の図１の◯は頂点の可能性がある点です。

真上から見た図より，下の図２の◯は頂点の可能性がある点です。

ここで，図３のあ～かの６個の◯のうち，図４と図５のように，えとかは決まるので，それ以外の２点を選びます。

図４で，点Aはあといの可能性があります。ここでAがあだとすると，いはなくなり，図５でDがお，Cがあになるので，あ，お，え，かの４点になります。

図４で，Aがいだとすると，あはなくなり，図５でCがう，Dがいになるので，い，う，え，かの４点になります。

図１

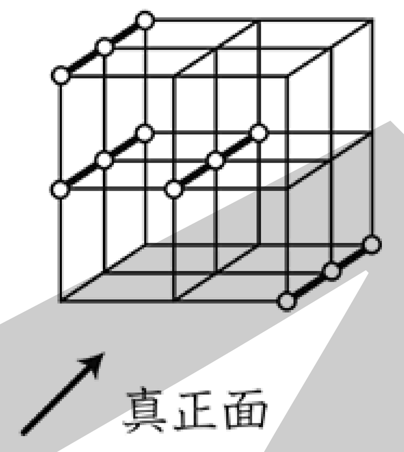


図２

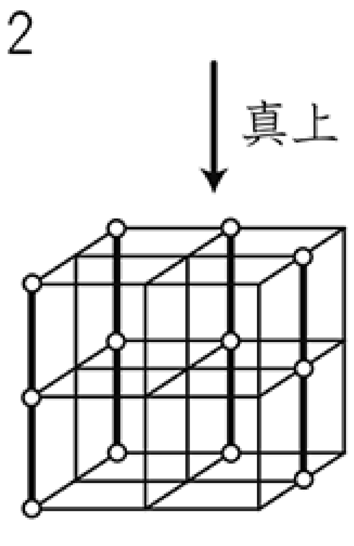


図３

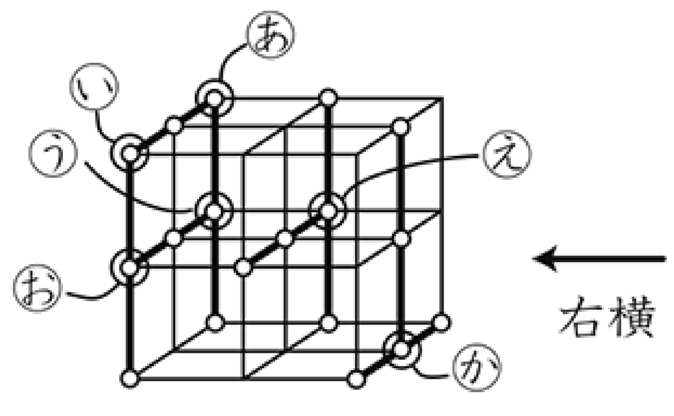


図４

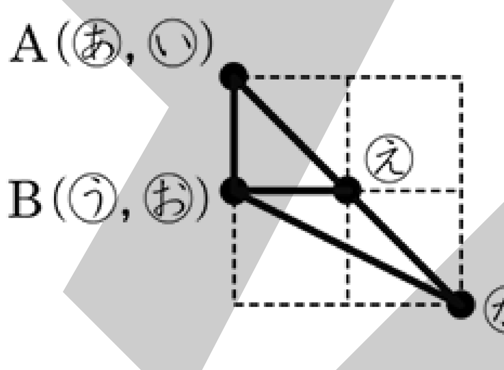
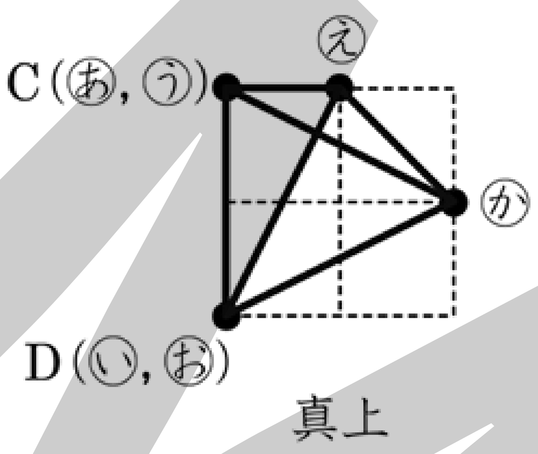


図５



P38 **テーマ４：立体を３つの方向から見る(2)**

テーマのねらい

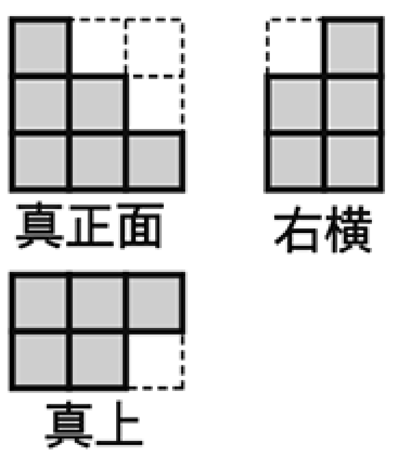
引き続き，立体を３方向から見る練習をしましょう。**テーマ３**では，点と直線の位置関係を捉える練習をしましたが，ここでは立方体を積み重ねた図形を使って，面の数や，位置関係について考えます。点と直線のときと同様に，重なって見えない部分に注意して取り組みましょう。

例題の考え方

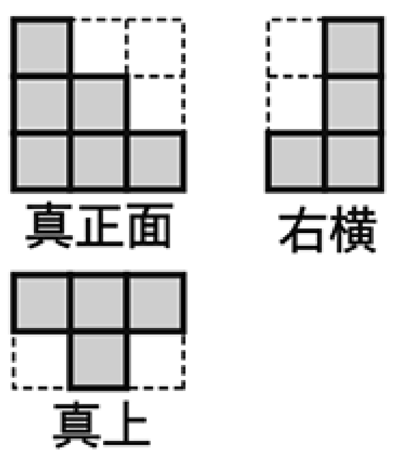
それぞれの方向から見たときに面が見える部分に色をぬります。**ア**と**エ**は積み方が異なる立体ですが，３つの方向から見た図はどれも同じです。このように，３つの方向から見た図がすべて同じでも，１つの立体に特定できないこともあります。

答え

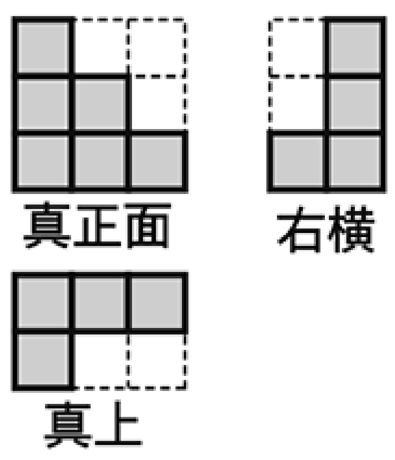
ア



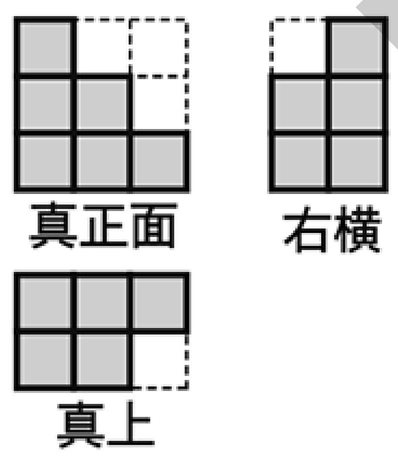
イ



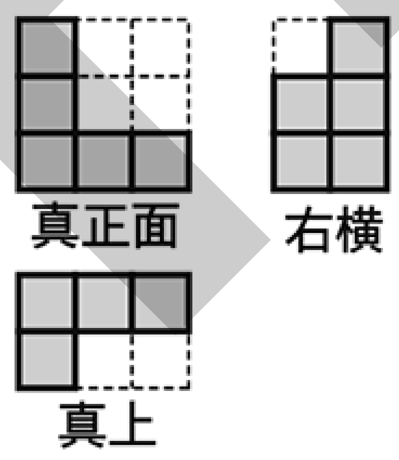
ウ



エ



オ

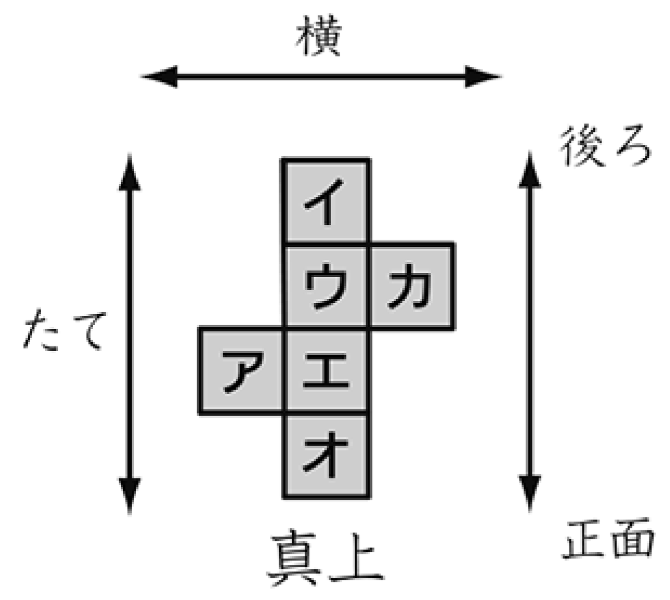


確認問題

(1)①　11個，12個　　②　42㎠

(2)①　最も多い場合…10個，最も少ない場合…８個　　②　38㎠

《解説》 (1)① 右の図のように，真上から見た図を使って考えます。



イは，右横から見ると１個見えるので，１個です。

アのたての列には**ア**しかなく，正面から見ると２個見えるので，２個です。

カのたての列には**カ**しかなく，正面から見ると２個見えるので，２個です。

アと**エ**の横の列は，右横から見ると３個見えて，**ア**が２個だから**エ**は３個です。

ウと**カ**の横の列は，右横から見ると２個見えて，**カ**が２個だから**ウ**は１個でも２個でも成り立ちます。(**ウ**は真上から見えるので１個以上はあります。)

オは，右横から見ると２個見えるので２個です。

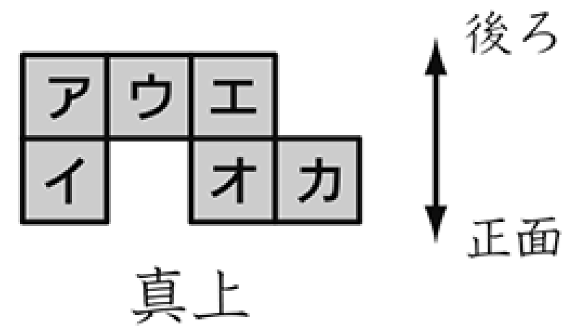
したがって，**ア**…２個，**イ**…１個，**ウ**…１個か２個，**エ**…３個，**オ**…２個，**カ**…２個で，合計は11個か12個です。

② 立体にへこみがないので，すべての面がかくれずに表面に出ています。したがって，真正面と真後ろ，右横と左横，真上と真下から見える面の数を数えます。

真正面と真後ろから見える面の数は同じです。同様に右横と左横，真上と真下から見える面の数も同じだから，$7\times2+8\times2+6\times2=42$(㎠)

(2)① 右の図１のように，真上から見た図を使って考えます。

図１



ウは，真正面から見ると１個見えるので，１個です。

カは，真正面から見ると１個見えるので，１個です。

アと**イ**のたての列は，正面から見ると２個見えるので，どちらかが必ず２個になります。

エと**オ**のたての列は，正面から見ると２個見えるので，どちらかが必ず２個になります。

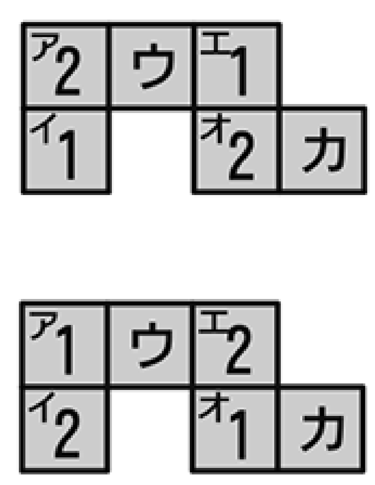
また，**イ**と**オ**は，右横から見ると２個見えるので，どちらかが必ず２個になります。

アと**エ**は，右横から見ると２個見えるので，どちらかが必ず２個になります。

最も多い場合は，**ア**，**イ**，**エ**，**オ**が全部２個だから，順に$2+2+1+2+2+1=10$(個)

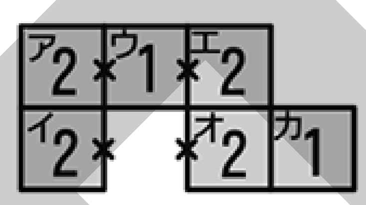
最も少ない場合は，右の図２のようになります。$2+1+1+1+2+1=8$(個)

図２



② (1)の②と同様に考えて，$6\times2+4\times2+6\times2=32$(㎠)，ところが右の図３で×印をつけた面は，真正面，真後ろ，右横，左横，真上，真下からは見えません。**ア**，**エ**は１つの面，**イ**，**オ**は２つの面が見えないから，$32+1\times2+2\times2=38$(㎠)

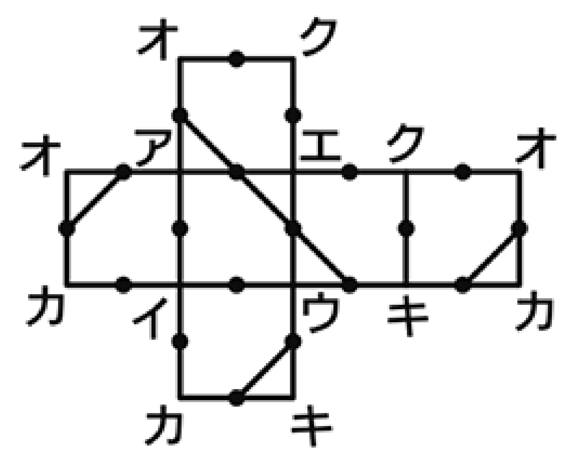
図３



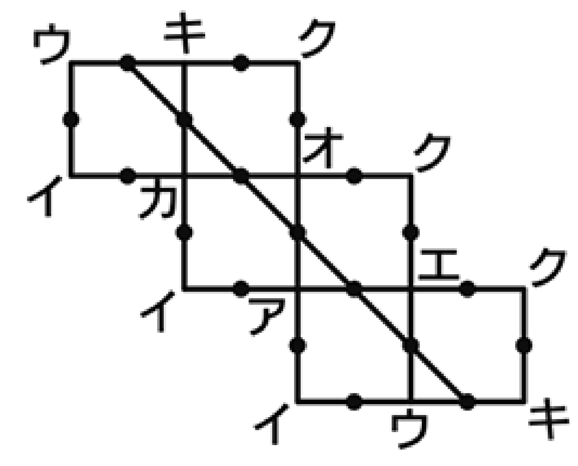
練習問題

P 39

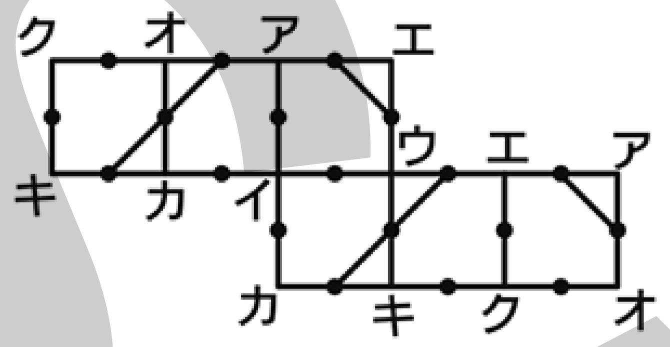
1 ㋐



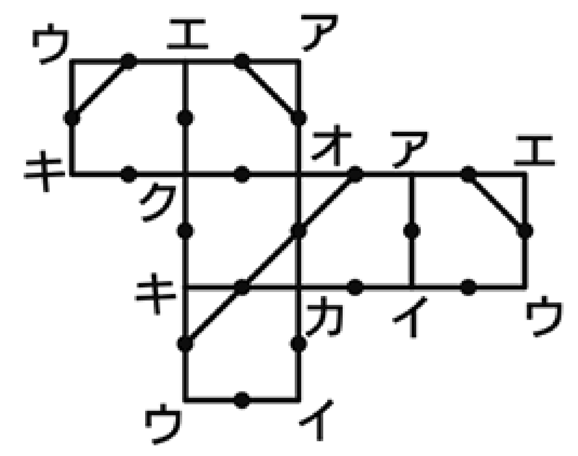
㋑



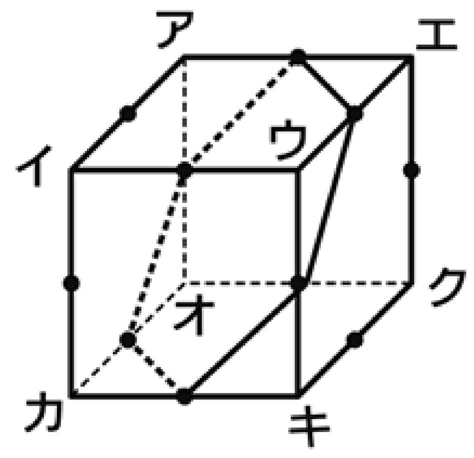
㋒



㋓



《解説》　右の図のように頂点の記号を決め，それぞれの展開図に頂点の記号を書きこみます。線が通る辺は，**アエ→ウエ**，**ウエ→ウキ**，**ウキ→カキ**，**カキ→オカ**，**オカ→アオ**，**アオ→アエ**だから，それにしたがって線をひきます。



2　56㎤

《解説》　下の図１，図２のような立体が考えられます。図１の方が体積が大きいです。

図１

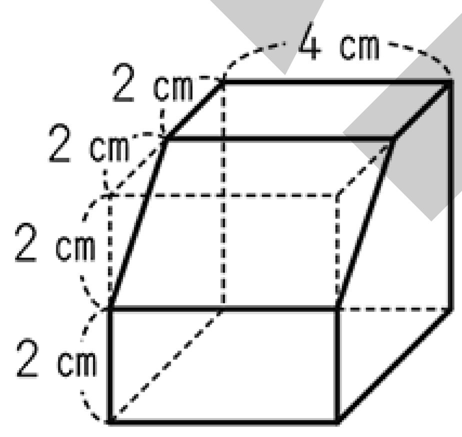


図２

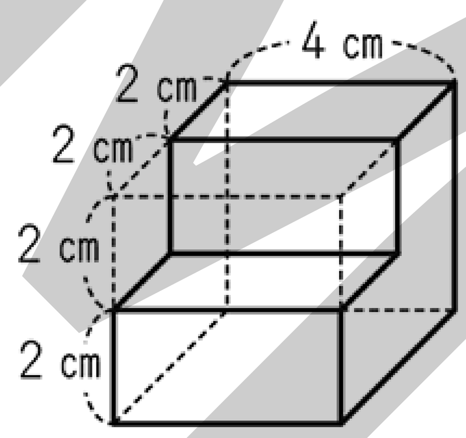


図１の立体は，１辺４㎝の立方体から，底面は等しい辺の長さが２㎝の直角二等辺三角形，高さが４㎝の三角柱を取りのぞいた立体です。

$4\times4\times4-2\times2\div2\times4=56$(㎤)

3　１段目…２個，２段目…２個，３段目…２個，４段目…１個

《解説》　下の図のように，各段ごとに，上から見た図に，正面から見た図，横から見た図の条件を付け加えていくと，ボールの入っている箱が分かります。