6 関数

■学習日 /

■確認問題■

1 次の問いに答えよ。

□(1) y は x^2 に比例し，$x=2$ のとき $y=3$ である。y を x の式で表せ。

〔　　　　〕

□(2) y は x に反比例し，$x=2$ のとき $y=\frac{25}{2}$ である。$x=y$ となる x の値を求めよ。

〔　　　　〕

2 次の問いに答えよ。

□(1) 関数 $y=2x^2$ において，x の値が -1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

〔　　　　〕

□(2) 2 つの関数 $y=2x-3$ と $y=ax^2$ は，x の値が 1 から 2 まで増加するときの変化の割合が等しい。このとき，a の値を求めよ。

〔　　　　〕

□(3) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ において，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ であるときの y の変域を求めよ。

〔　　　　〕

□(4) 関数 $y=ax^2$ において，x の変域を $-3 \leqq x \leqq b$ としたときの y の変域は $-18 \leqq y \leqq -8$ であった。このとき，a，b の値をそれぞれ求めよ。

〔$a=$　　　　，$b=$　　　　〕

3 次の問いに答えよ。

□(1) 3 点 $(2,\ -3)$，$(6,\ -5)$，$(a,\ 0)$ が一直線上にあるように，a の値を定めよ。

〔　　　　〕

□(2) 3 直線 $y=x+2$，$y=-2x+8$，$y=ax-1$ が 1 点で交わるように，a の値を定めよ。

〔　　　　〕

□(3) 2 直線 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，$\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1$ が交わらないとき，a と b の間に成り立つ関係式を求めよ。

〔　　　　〕

□(4) 放物線 $y=2x^2$ と直線 $y=-x+1$ の 2 つの交点の座標を求めよ。

〔　　　　〕，〔　　　　〕

□(5) 放物線 $y=x^2$ と直線 $y=x+(a-2)$ の交点の 1 つが $(-2,\ b)$ であるとき，a，b の値をそれぞれ求めよ。

〔$a=$　　　　，$b=$　　　　〕

□(6) 直線 $y=ax-1$ が線分 AB…$y=-x+8$ $(2 \leqq x \leqq 4)$ と交わるような a の値の範囲を求めよ。

〔　　　　〕

4 座標平面上において，原点を O とするとき，次の問いに答えよ。

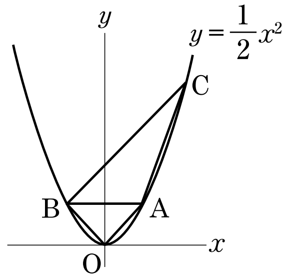
□(1) 直線 $y=\frac{3}{2}x-5$ が x 軸，y 軸と交わる点をそれぞれ A，B とするとき，△OAB の面積を求めよ。

〔　　　　〕

□(2) 点 A$(2,\ 4)$ を通り，傾き a の直線と x 軸との交点を B とするとき，△OAB の面積が 12 となるように，a の値を定めよ。

〔　　　　〕

5 **放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に，x 座標が 2 である点 A をとり，A を通り x 軸に平行な直線と放物線との交点を B，B を通り直線 OA に平行な直線と放物線との交点を C とする。このとき次の問いに答えよ。**



□(1)　点 C の座標を求めよ。

〔　　　　　　〕

□(2)　台形 OACB の面積を求めよ。

〔　　　　　　〕

6 **次の問いに答えよ。**

(1)　右の図 1 のように，3 点 A(4, 8)，B(− 4, 0)，C(6, 0)を頂点とする△ABC がある。これについて次の①，②に答えよ。

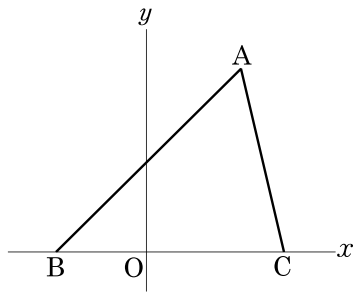
□①　点 A を通り△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

〔　　　　　　〕

□②　①の直線と辺 BC との交点を D とし，辺 BC 上の点 E の座標を (2, 0)とする。辺 AB 上に点Fをとり，△ADE と△AEF の面積を等しくするとき，点 F の座標を求めよ。また，それを利用して，点Eを通り△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

F〔　　　　　　〕，直線〔　　　　　　〕

図 1



(2)　右の図 2 の平行四辺形 ABCD の頂点 A，B，D の座標はそれぞれ(−2, −1)，(4, 1)，(2, 4)である。これについて次の①，②に答えよ。

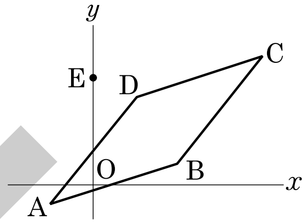
□①　点 C の座標を求めよ。

〔　　　　　　〕

□②　点 E (0, 5)を通り，平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

〔　　　　　　〕

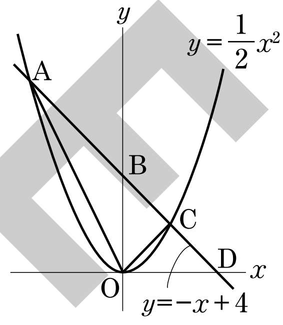
図 2



□(3)　直線 $y=-x+4$ と放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$，および x 軸，y 軸との交点を，右の図 3 のように A，B，C，D とする。このとき，△OAB と△OBC と△OCD の面積比を求めよ。

〔　　　　　　〕

図 3



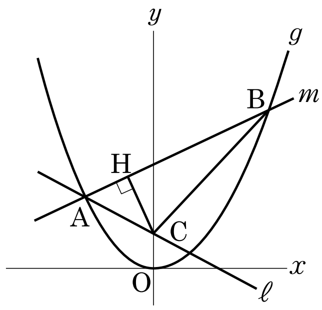
7 **点 A(− 2, 2)を通る放物線 g，直線 ℓ，m がある。ℓ の切片は 1，m の傾きは $\frac{1}{2}$ で，m と g，ℓ と y 軸の交点を右の図のように B，C とする。これについて次の問いに答えよ。**

□(1)　線分 AB の長さを求めよ。

〔　　　　　　〕

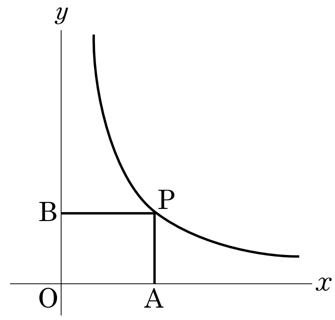
□(2)　C から線分 AB に下ろした垂線 CH の長さを求めよ。

〔　　　　　　〕



練成問題

1 右の図のように，$y=\dfrac{3}{x}(x>0)$ のグラフ上の点 P から x 軸，y 軸に下ろした垂線をそれぞれ PA，PB とするとき，次の問いに答えよ。



□(1) 長方形 OAPB の面積を求めよ。

〔　　　　　　〕

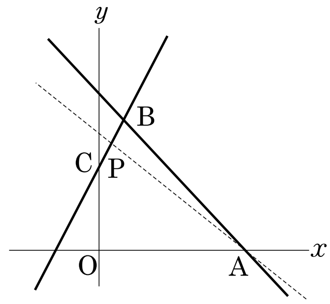
□(2) 両座標がともに整数となる点 P の座標をすべて求めよ。

〔　　　　　　〕

□(3) (2)で求めた点のうち，x 座標の小さい方を P_1，他方を P_2 とするとき，P_1 を通り，長方形 OAP_2B の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

〔　　　　　　〕

2 x 軸，y 軸，直線 $y=2x+2$，直線 $y=-x+k(k>2)$ の交点を図のように A，B，C とする。また，点 A を通る直線と線分 BC との交点を P とする。四角形 OABC の面積が 26，△ABP の面積が 9 のとき，次の問いに答えよ。



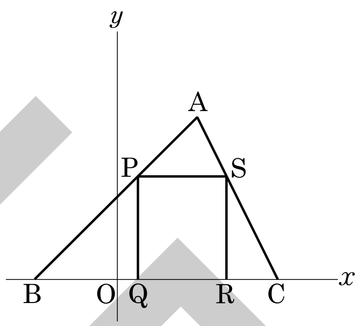
□(1) k の値を求めよ。

〔　　　　　　〕

□(2) 直線 AP の式を求めよ。

〔　　　　　　〕

3 3 点 A(3，6)，B(－3，0)，C(6，0)を頂点とする△ABC の辺 AB，AC 上に P，S，x 軸上に Q，R をとり，長方形 PQRS をつくる。P の x 座標を a とするとき，次の問いに答えよ。



□(1) 点 S の座標を a の式で表せ。

〔　　　　　　〕

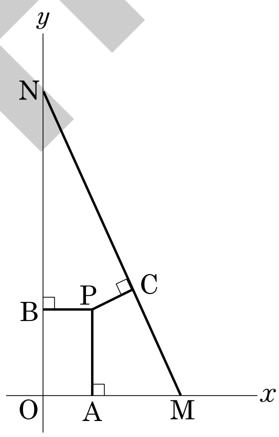
□(2) 長方形 PQRS が正方形となるときの a の値を求めよ。

〔　　　　　　〕

□(3) 長方形 PQRS の面積が 12 となるときの a の値を求めよ。

〔　　　　　　〕

4 3 点 O(0，0)，M(5，0)，N(0，12)を頂点とする△OMN の内部および周上を動く点 P(x，y)がある。P から x 軸，y 軸，線分 MN に垂線を下ろし，それぞれの交点を A，B，C とするとき，次の問いに答えよ。



□(1) PC の長さを x，y の式で表せ。

〔　　　　　　〕

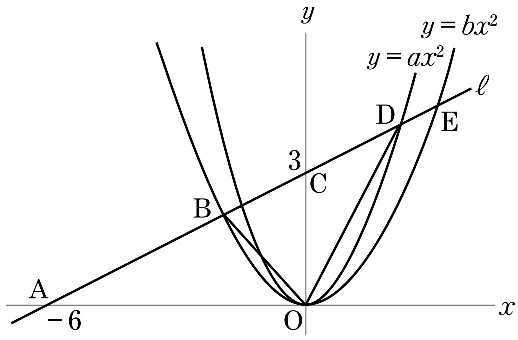
□(2) PA＋PB＋PC＝6 を満たす点 P の集合は線分になる。この線分を含む直線の式を求めよ。

〔　　　　　　〕

□(3) △OMN の内部にあって，(2)で求めた直線より下にある部分の面積を求めよ。

〔　　　　　　〕

5 直線 ℓ と，x 軸，y 軸，放物線 $y=ax^2$，および $y=bx^2$ との交点を図のように A，B，C，D，E とする。A，C の座標はそれぞれ$(-6,\ 0)$，$(0,\ 3)$である。また，△AOB と△BOD，△BOC と△COD はそれぞれ面積が等しい。このとき次の問いに答えよ。



□(1)　直線 ℓ の式を求めよ。

〔　　　　　〕

□(2)　AC：CD を求めよ。

〔　　　　　〕

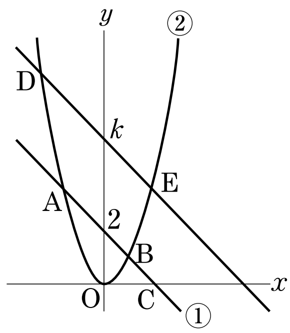
□(3)　a の値を求めよ。

〔　　　　　〕

□(4)　点 E の座標を求めよ。

〔　　　　　〕

6 右の図のように，直線 $y=-x+2$……①と放物線 $y=x^2$……②，x 軸との交点を A，B，C とする。また，①と平行な直線 $y=-x+k(k>2)$と放物線の交点を図のように D，E とする。このとき次の問いに答えよ。



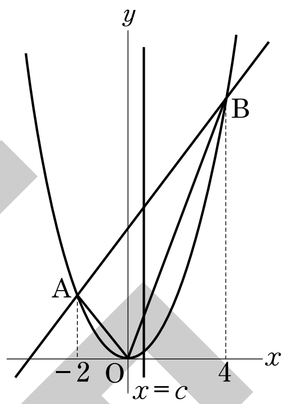
□(1)　2 点 D，E の x 座標を a，b とするとき，$a+b$ の値を求めよ。

〔　　　　　〕

□(2)　四角形 ACED が平行四辺形となる k の値を求めよ。

〔　　　　　〕

7 放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=2x+b$ が 2 点 A，B で交わっている。A，B の x 座標が-2，4 であるとき，次の問いに答えよ。



□(1)　a，b の値を求めよ。

〔$a=$　　　　　，$b=$　　　　　〕

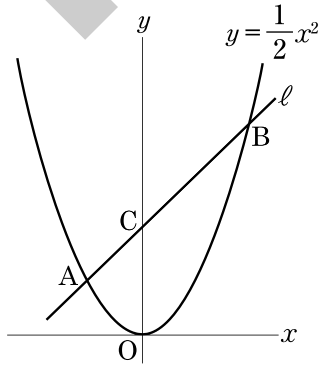
□(2)　△OAB の面積を求めよ。

〔　　　　　〕

□(3)　△OAB と交点をもつ直線を $x=c$ とする。直線 $x=c$ が△OAB の面積を 2 等分するとき，c の値を求めよ。

〔　　　　　〕

8 放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ と直線 ℓ が図のように，x 座標がそれぞれ-2，4 である 2 点 A，B で交わっている。直線 ℓ と y 軸の交点を C とするとき，次の問いに答えよ。



□(1)　直線 ℓ の式を求めよ。

〔　　　　　〕

□(2)　x 軸上に点 P をとったとき，∠PAB＝∠PBA となる点 P の座標を求めよ。

〔　　　　　〕

□(3)　y 軸上に点 Q をとったとき，∠AQC＝∠BQC となる点 Q の座標を求めよ。

〔　　　　　〕

発展問題

1 次の問いに答えよ。

□(1) 関数 $y=ax^2$ のグラフ上に x 座標が -2 の点Pがある。点Pを x 軸の正の方向に3，y 軸の負の方向に6だけ平行移動した点をQとすると，点Qもこの関数のグラフ上にあるという。このとき，直線PQの式を求めよ。〈筑波大附〉

〔　　　　　〕

□(2) 2直線 $x+2y+1=0$ と $2x-y-3=0$ の交点Aと，直線 ℓ について対称な点が $B(-3,\ 5)$ のとき，直線 ℓ の方程式を求めよ。〈大阪星光〉

〔　　　　　〕

□(3) 直線 ℓ の式は $ax+2by=15$ であり，ℓ は点 $(3,\ 2)$，$(p,\ q)$，$(p,\ -q)$，$(q,\ p)$ を通る。$p\neq q$ のとき，p，q の値を求めよ。〈灘〉

〔$p=$　　　　　，$q=$　　　　　〕

□(4) 直線 $y=2x+n\,(n>0)$ と放物線 $y=x^2$ との交点をA，Bとする。点Aの x 座標を $a\,(a>0)$，点Bの x 座標を b とするとき，b を a を用いて表せ。ただし，答えは a 以外の文字を使わないこと。〈早稲田実業〉

〔　　　　　〕

□(5) 関数 $y=x^2$ について，x の値が a から $a+k$ まで増加するときの変化の割合は -1，a から $a+2k$ まで増加するときの変化の割合は2であった。このとき，a，k の値を求めよ。ただし，$k>0$ とする。〈同志社〉

〔$a=$　　　　　，$k=$　　　　　〕

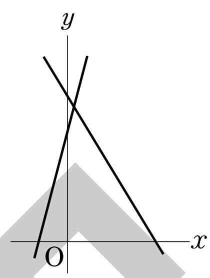
2 次の問いに答えよ。

□(1) a を整数，b を正の整数とするとき，2直線

$$y=(5a+14)x-b+4$$
$$y=(6a+10)x-5b+9$$

のグラフが右の図1のようになった。このとき，a，b の値と，2直線の交点の座標を求めよ。〈武蔵〉

図1



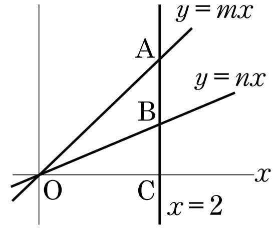
〔$a=$　　　　　，$b=$　　　　　〕

交点〔　　　　　〕

□(2) 3直線 $y=mx$，$y=nx$，$y=0$ と直線 $x=2$ が，右の図2のように3点A，B，Cで交わっている。$m=3n$，$\angle AOC=2\angle BOC$ のとき，n の値を求めよ。〈慶應〉

〔　　　　　〕

図2



3 **次の問いに答えよ。**

(1) 右の図1の曲線は，放物線 $y=x^2$ を原点Oを中心として反時計まわりに30°回転したものである。また，点Aは曲線と y 軸との交点である。これについて次の①～③に答えよ。〈青雲〉

□① y 軸を，原点を中心として時計まわりに30°回転してできる直線の式を求めよ。

〔　　　　　〕

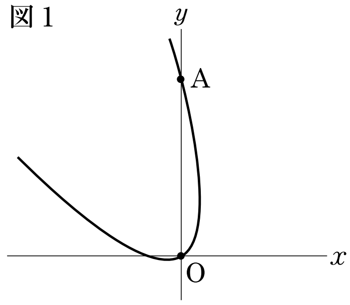
□② 点Aを，原点を中心として時計まわりに30°回転した点Pの座標を求めよ。

〔　　　　　〕

□③ 点Aの座標を求めよ。

〔　　　　　〕

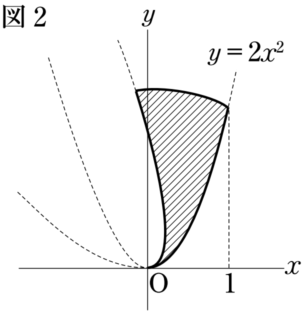
図1



□(2) x の変域が $0 \leqq x \leqq 1$ である関数 $y=2x^2$ のグラフを，右の図2のように，原点Oのまわりに30°回転したとき，斜線部分の面積を求めよ。〈早大学院〉

〔　　　　　〕

図2



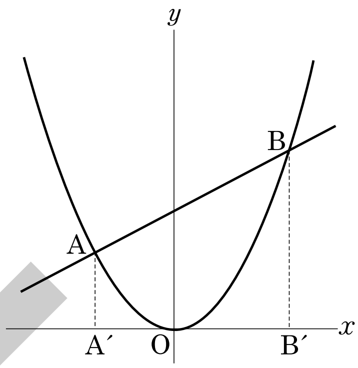
4 **$a>0$，$b>0$ として，放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=ax+b$ が右の図のように2点A，Bで交わっている。A，Bから x 軸に下ろした垂線の足をそれぞれA′，B′とすると，AA′：BB′＝2：3になった。これについて次の問いに答えよ。**〈ラ・サール〉

□(1) OA′：OB′を求めよ。

〔　　　　　〕

□(2) $\dfrac{b}{a}$ の値を求めよ。

〔　　　　　〕



5 **右の図のように，放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$……①，と $y=ax^2$……②がある。ただし，$a>\dfrac{1}{2}$ とする。点A，Bは直線 $y=1$ と放物線①との交点であり，点Cは点Bを通り y 軸に平行な直線と放物線②との交点であり，点Dは直線ACと放物線①との交点である。△ABDの面積が△ABCの面積の2倍であるとき，次の問いに答えよ。**〈修道〉

□(1) 点Dの座標を求めよ。

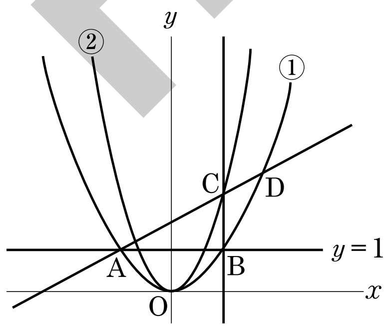
〔　　　　　〕

□(2) a の値を求めよ。

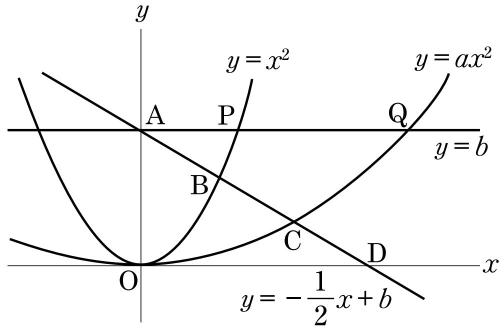
〔　　　　　〕

□(3) 直線 $y=b$ が四角形OBCAの面積を2等分するとき，b の値を求めよ。

〔　　　　　〕



6 **右の図のように，2つの放物線 $y=x^2$……①，$y=ax^2(0<a<1)$……②と2つの直線 $y=-\frac{1}{2}x+b$ $(b>0)$……③，$y=b$……④がある。③は y 軸，①，②，x 軸と点A，B，C，Dで交わり，④は①，②と点P，Qで交わっている。ただし，B，C，P，Qの x 座標は正とする。AB＝BC＝CDであるとき，次の問いに答えよ。** 〈洛星〉



□(1) a，b の値を求めよ。

〔$a=$　　　，$b=$　　　〕

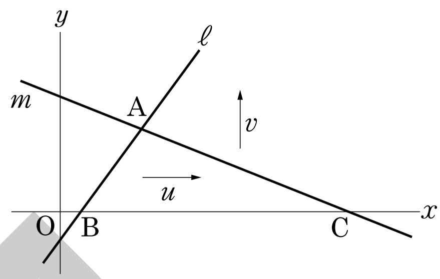
□(2) $\frac{AQ}{AP}$ の値を求めよ。

〔　　　〕

□(3) △ABP，四角形PBCQ，△QCDの面積をそれぞれ S，T，U とするとき，$\frac{T}{S}$，$\frac{U}{S}$ の値を求めよ。

〔　　　〕

7 **右の図のように，2直線 ℓ，m と x 軸とで囲まれた面積20の△ABCがある。いま，直線 ℓ を x 軸の正の向きへ，直線 m を y 軸の正の向きへ，それぞれ一定の速度 u，v で同時に平行移動させる。すると，2直線 ℓ，m は，12秒後に x 軸上で交わった。BCの長さを a とするとき，次の問いに答えよ。** 〈城北〉



□(1) 1秒後の2直線 ℓ，m が，x 軸と交わる2点間の距離を a を用いて表せ。

〔　　　〕

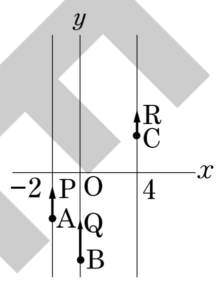
□(2) t 秒後 $(0\leqq t<12)$ の2直線 ℓ，m と x 軸とで囲まれた三角形の面積を t を用いて表せ。

〔　　　〕

8 **3点P，Q，Rは，それぞれA$(-2,\ -2)$，B$(0,\ b)$，C$(4,\ 3)$を出発点として，直線 $x=-2$，y 軸，直線 $x=4$ 上を毎分 $\frac{3}{7}$，$\frac{6}{7}$，$\frac{1}{7}$ の速さで，右の図のように上に進む。ただし，$b<0$ とする。いま，3点P，Q，Rは，それぞれA，B，Cを出発した。このとき次の問いに答えよ。** 〈早大学院〉

□(1) 3点P，Q，Rは放物線 $y=ax^2(a>0)$ を同時に通過した。それは出発してから何分後のことか。また，a，b の値も求めよ。

〔　　　，$a=$　　　，$b=$　　　〕



□(2) 3点P，Q，Rは(1)の放物線を同時に通過してからのち，一直線上に並んだ。それは出発してから何分後のことか。また，この直線の式も求めよ。

〔　　　〕，式〔　　　〕

9 **図1のような数直線上を，点Pが原点Oを出発して，運動する。原点Oを出発してから t 秒後の点Pの座標を x，速度を毎秒 v cmとするとき，t と v の間には図2のような関係がある。このとき，t と x の関係を表すグラフをかけ。** 〈開成〉

□

図1

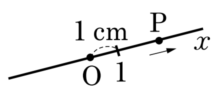
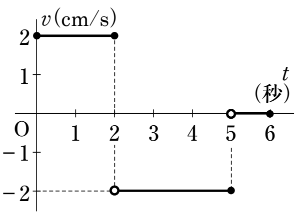
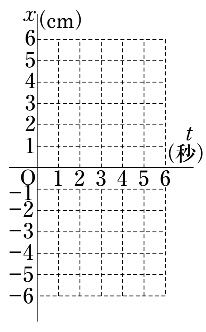
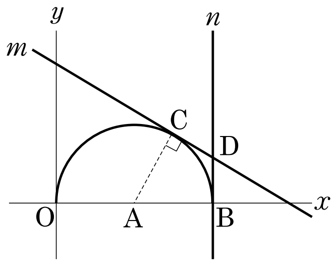


図2





10 **右の図のような，OB の中点 A を中心とする半径 4 の半円がある。直線 m は，この半円と点 C で接しており，その方程式は $y=ax+8(a<0)$ である。また，点 B を通り x 軸に垂直な直線 n と，直線 m との交点を D とする。このとき次の問いに答えよ。** 〈高知学芸〉



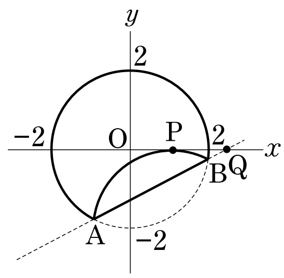
□(1) 点 D の座標を求めよ。(a を用いずに表せ。)

〔　　　　〕

□(2) a の値を求めよ。　　□(3) 点 C の座標を求めよ。

〔　　　　〕　〔　　　　〕

11 **原点を中心とする半径 2 の円がある。右の図のように，この円の弦 AB を折り目として折り重ねると，円弧が点 P(1，0)で x 軸に接するとき，次の問いに答えよ。** 〈城北埼玉・改〉



□(1) $\overset{\frown}{\mathrm{APB}}$を含む円の中心の座標を求めよ。

〔　　　　〕

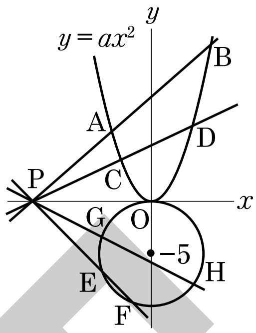
□(2) 2 点 A，B を通る直線の式を求めよ。

〔　　　　〕

□(3) 直線 AB が x 軸と交わる点を Q とするとき，AQ×BQ の値を求めよ。

〔　　　　〕

12 **右の図のように，放物線 $y=ax^2$ と，点 P(-12，0)を通り傾き 1 の直線との交点を A，B とし，傾きが$\frac{1}{2}$の直線との交点を C，D とする。また，中心が(0，-5)で半径が 5 の円と，点 P を通り傾き-1の直線との交点を E，F とし，傾きが$-\frac{1}{2}$の直線との交点を G，H とする。いま，C の x 座標を-3とし，A と D の y 座標が同じであるとする。このとき次の問いに答えよ。** 〈城北〉



□(1) a の値を求めよ。

〔　　　　〕

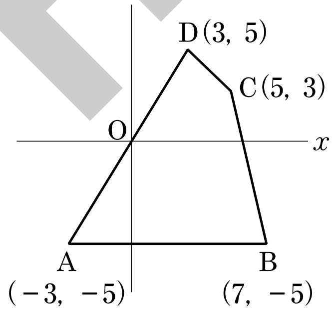
□(2) 点 H の座標を求めよ。

〔　　　　〕

□(3) 四角形 ACDB と△PEH の面積比を求めよ。

〔　　　　〕

13 **右の図のように，4 点 A(-3，-5)，B(7，-5)，C(5，3)，D(3，5)を頂点とする四角形 ABCD がある。これについて次の問いに答えよ。** 〈筑波大附駒場〉



□(1) 直線 CD 上に点 P をとる。△APD と四角形 ABCD の面積が等しいとき，P の座標を求めよ。

〔　　　　〕

(2) 四角形 ABCD の辺上に点 Q をとるとき，次の①，②に答えよ。

□① 線分 AQ が四角形 ABCD の面積を 2 等分するとき，Q の座標を求めよ。 〔　　　　〕

□② △AQD の面積が四角形 ABCD の面積の半分になるとき，Q の座標を求めよ。

〔　　　　〕